

Einführung in die **Wärmelehre**

Wärme und Temperatur

Prof. Dr. Matthias Kohl

Wärme: jeder kennt es !
aber was ist es ?

Beispiele:

• Experiment: Gas im Glas



Beobachtung: Volumen, Temperatur und
Druck hängen zusammen

• Volumen
- abhängig
vom Druck



• Aggregatzustand
- abh. von Druck
Eisherstellung
flüssig
→ Gas



• tanzendes Wasser
Leidenfrost -
Effekt



Gedanken zur Wärmelehre / Thermodynamik

• atomistisch! ? ?

• Alltag: warm-kalt

• Feuer, Strom \rightarrow heißer Tee

• Eis schmilzt

• Verbrennungsmotor, Wetter, etc.

• Wärme-Kälte:

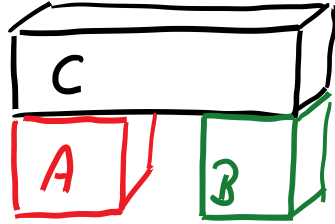
- physiologische Empfindung

- breitet sich aus

• altes Konzept: „Wärme und Kälte sind Substanzen, die zwischen Stoffen übertragen werden“ \downarrow falsch! \downarrow Wozum?

Wärme: - Temperatur
- Energie / Bewegung

Zwei Körper A & B verbunden durch
einen Körper C:



(thermisches Gleichgewicht), so sind
auch die Temperaturen von A und
B gleich
(Nullter Hauptsatz der Wärmelehre)

Temperaturskala:

a) Celsius - Skala

$T = 0^\circ\text{C}$: Gefrierpunkt
 100°C : Siedepunkt } des Wassers
bei Normalbedingungen
 $p_N = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

- willkürlich bezogen auf Wasser
- linear

b) Kelvin - Skala

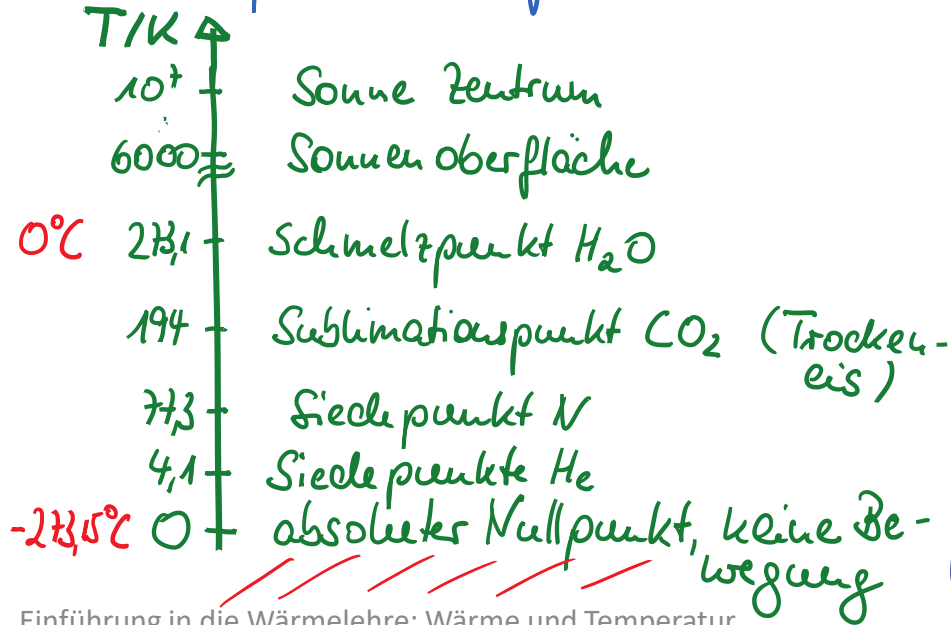
$T = 0\text{K}$: absoluter Temperaturnullpunkt
keine Bewegung, alles gefroren
es gibt keine Temp $< 0\text{K}$

$T = 273,16\text{K}$: Tripelpunkt des Wassers,
(gleichzeitig fest, flüssig und gasförmiges)

• Umrechnung. $\Delta T = 1K = 1^\circ C$

$\hookrightarrow T = (T_c + 273,15)K$
in $^\circ C$

Kelvin-Skala: bezogen auf den
T-Nullpunkt als Referenz

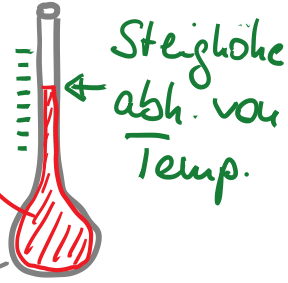


Temperaturmessung:

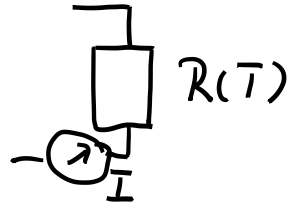
a) Ausdehnungsthermometer:

Flüssigkeit: große
Volumenänderung

Glas: geringe
thermische Ausdehnung



b) elektrisches Widerstandsthermometer



Strom I abh. von $R(T)$

c) Gasdruckthermometer

d) Strahlungsthermometer

elektromagn. Strahlung
ist abh. von T

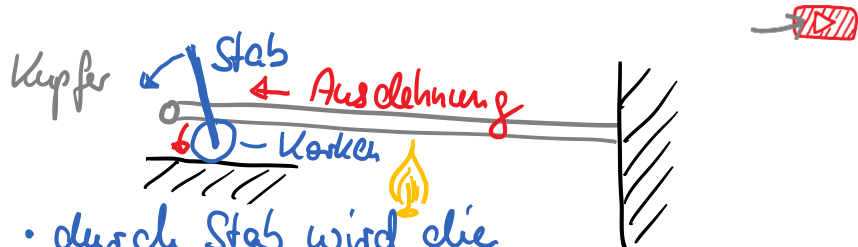
→ Wärmestrahlung/
Planck'sches Gesetz



Falschfarbenbild
der Strahlung

Experiment: Wärmeausdehnung

- Kupferstab (0,85m)



- durch Stab wird die Ausdehnung / Drehung des Korkens leichter sichtbar

- Ausdehnung von Festkörpern:

$$L = L_0 (1 + \alpha \cdot T)$$

↑
Länge bei
 $T = 0\text{K}$

↑
linearer
Ausdehnungs-
koeffizient

oder

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

Literaturwerte

	$\alpha [K^{-1}]$
Eis	$51 \cdot 10^{-6}$
Eisen	$12 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	$17 \cdot 10^{-6}$
Glas	$3 \cdot 10^{-6}$
Invar	$0,7 \cdot 10^{-6}$

90K

Beispiele:

- Eisenbahnschiene

$$L = 30\text{m}, \quad \Delta T (\text{Tag-Nacht}) = 60\text{K}$$

$$\hookrightarrow \Delta L = 30\text{m} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1} \cdot 60\text{K}$$

$$= 2,2\text{cm}$$

↻ Spalt zwischen Schienen

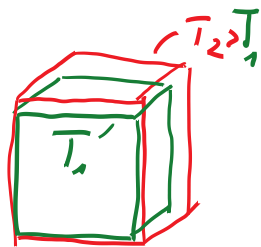
- Dehnungsfugen in Brücken
- Springendes Glas bei lokaler Erwärmung
- Bimetall-Temperatur-Schalter



Metalle mit
unterschiedl.

z.B. Messing/
Stahl

- Ausdehnung in Flüssigkeiten:
... wie beim Festkörper aber
in drei Raumrichtungen



Volumen

$$V(T) = V_0(1 + \gamma \cdot T)$$

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot T$$

$$\gamma \approx 3\alpha$$

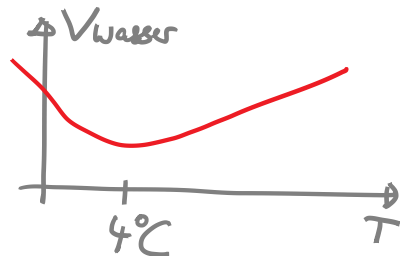
↗ Volumenausdehnungs-
koeffizient

	γ [K ⁻¹]
Quecksilber	0,00018
Alkohol	0,0014
Wasser (20°C)	0,00021

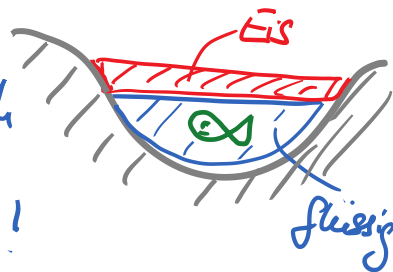
← abhängig
von T!

Sonderfall des Wassers:

Volumen ist bei $T = 4^\circ\text{C} = 277\text{K}$ am
kleinsten und die
Dichte am größten



↳ ein See / Fluss friert
von oben zu, da das
Wasser mit $T = 4^\circ\text{C}$ nach
unten sinkt
→ den Fisch freut es!



• Ausdehnung Gas:

Experiment: Luft im Gefrierfach



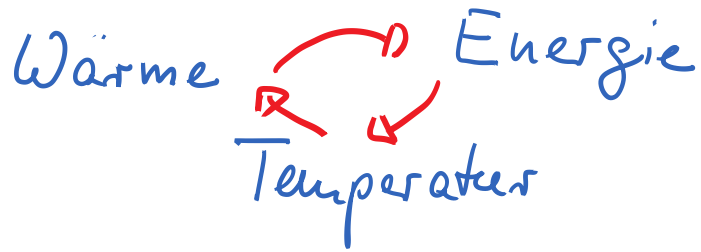
Beobachtung: $T \downarrow \rightarrow V \downarrow$
große Änderung!

↳ allgemeine Gasgleichung

Einführung in die **Wärmelehre**

Temperatur und Wärmekapazität

Prof. Dr. Matthias Kohl

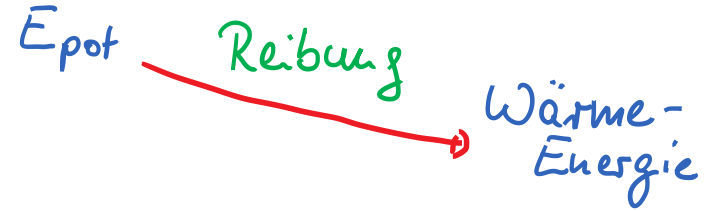


Experiment: Umwandlung von potentieller Energie in Wärme



Beobachtung: fallender Körper wird warm

Interpretation:



hier: $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \cdot 50$
 $\approx 0,5 \text{ kg}$ $\approx 2 \text{ m}$ Anzahl
 $= 490 \text{ J}$

Temperaturänderung $\Delta T \approx 0,7 \text{ K}$

Abhängigkeit von

- Material?
- Zustand?
- Masse?

Experiment: Energie im Wasser



- elektrische Leistung $P = 1800 \text{ W}$
 - Zeit $\Delta t = 145 \text{ s}$
→ Energie $\Delta E = 1800 \text{ W} \cdot 145 \text{ s} = 261 \text{ kJ}$
 - diese Energie werde vom Wasser (und dem Kocher) beim Erwärmen aufgenommen
- Energieerhaltung

• Energie $\sim \Delta T$

↳ Wärmekapazität $c_{mW} = \frac{\text{Wärmeenergie}}{\text{Masse} \cdot \Delta T}$

hier: Masse $m_w = 0,7 \text{ kg}$

$$\text{↳ } c_{mW} = \frac{261 \text{ kJ}}{0,7 \text{ kg} \cdot 80 \text{ K}} = 4660 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

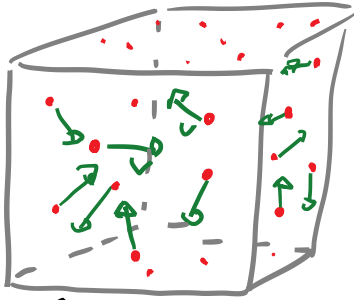
↑
Abschätzung für Wasser ohne Berücksichtigung der Energie zur Erwärmung des Kochers etc.

• Literaturwert:

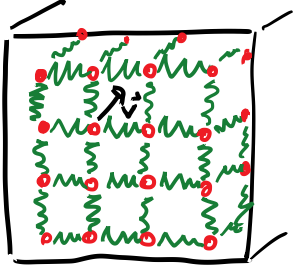
$$c_{mW} = 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Wärme & Wärmeenergie:

- Wärme \equiv ungeordnete Bewegung der Teilchen (Atome, Moleküle)



Gas im Volumen V
jedes Teilchen der
Masse m mit Geschw. v



Festkörper:
jedes Teilchen kann
schwingen um Ruhe-
lage

- sehr viele Teilchen
typisch $1 \text{ mol} = 6,023 \cdot 10^{23}$ Teilchen

- Energie wird zugeführt
→ kinetische Energie
→ Erwärmung

Experiment: Schütteln → Reibung
→ Wärme



Glas-Kugeln: $\Delta T = 0,3 \text{ K}$
Wasser: $\Delta T = 0,08 \text{ K}$

Abhängigkeit von Stoff?

allgemein für
Gas, Flüssigkeit oder Festkörper:

$$\Delta \text{Energie} = \text{Wärmeenergie } Q$$

$$\sim \Delta T$$

$$\sim m$$

$$\sim \text{Teilchenzahl}$$

$$\hookrightarrow Q = c_m \cdot m \cdot \Delta T$$

mit der stoffabhängigen,
spezifischen Wärmekapazität c
bezogen auf Masse

oder

$$\hookrightarrow Q = c_{\text{mol}} \cdot n \cdot \Delta T$$

mit der molaren Wärmekapazität c_{mol}
bezogen auf Teilchenzahl / Mole

Wärmekapazität: aus Experimenten Festkörper / Flüssigkeiten

	c_m [J · K ⁻¹ · kg ⁻¹]	c_{mol} [J · K ⁻¹ · mol ⁻¹]	
Blei	128	26,4	} ≈ gleich
Silber	256	24,9	
Kupfer	386	24,5	
Aluminium	900	24,3	
Glas	~800	—	
Eis (-10°C)	2220	36,9	
Quecksilber	140	28,3	} flüssig
Ethanol	240	111	
Wasser	4182	75,2	



hoch

bezogen auf Masse / Mol

bemerkenswert:

- Wasser } sehr hohes c_m
- Eis }

Anwendung:

- Wärmflasche mit Wasser speichert pro kg ca. 20x mehr Wärme als mit Ethanol und ca. 10x mehr Wärme als mit Kupfer
- Wasser als Energiespeicher des Klimas
- c_{mol} von vielen Festkörpern ≈ gleich

Wärmekapazität: aus Experimenten

Gase:

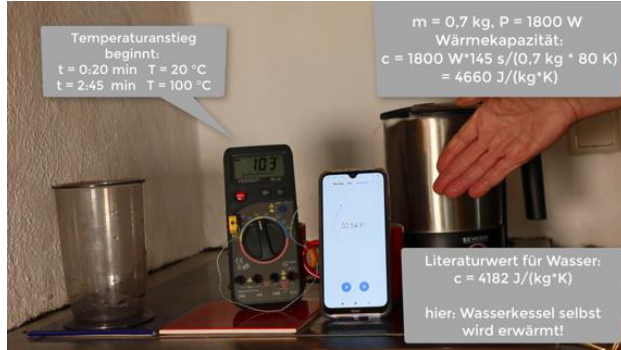
	c_{mol} [J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹]
<u>He, Ne, Ar, Kr</u> 1-atomig	~ 12,5
<u>H₂, N₂, O₂, CO</u> 2-atomig	~ 20,7
<u>CO₂, N₂O, H₂S</u> mehr atomig	~ 28,3

↳ molare Wärmekapazität von Gasen abh. von der Struktur bzw. Aufbau des Moleküls
"Ordnung"

Erklärung gesucht!

↳ Freiheitsgrade & Gleichverteilungssatz (nächstes Kapitel)

Zur Wärmekapazität von Wasser:



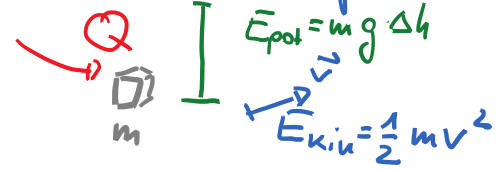
$$c_m = 4182 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

• alte Einheit der Energie:

$$1 \text{ J} = 4,182 \text{ cal} \quad (\text{Calorie})$$

$1 \text{ cal} \equiv$ Energie, um 1 g Wasser um $\Delta T = 1^\circ\text{C} = 1 \text{ K}$ zu erwärmen

• Vergleich: Q für $\Delta T = 100^\circ\text{C}$, E_{pot} , E_{kin}
 1 g Wasser wird von $T = 0^\circ\text{C}$ auf $T = 100^\circ\text{C}$ erwärmt



• $Q = c_{mw} \cdot 1 \text{ g} \cdot 100 \text{ K} = 418,2 \text{ J}$

• mit dieser Energie kann die Masse gehoben werden um Δh :

$$\Delta h = \frac{Q}{m \cdot g} = \frac{418,2 \text{ J}}{1 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4,26 \cdot 10^3 \text{ m} \quad \text{!}$$

• mit dieser Energie kann m beschleunigt werden auf

$$v = \sqrt{2Q/m} = 914 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{!}$$

Wärmeenergie ist „groß“

Experiment: Umwandlung von potentieller Energie in Wärme



$$\text{hier: } \bar{E}_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \cdot 50 = Q$$

\uparrow $\approx 0,5\text{ kg}$ \uparrow $\approx 2\text{ m}$ Anzahl

Wärmekapazität

$$C_{m, \text{Glas}} = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{m \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2\text{ m} \cdot 50}{m \cdot 0,7\text{ K}} = 1,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Literaturwerte: $0,6 - 1,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ für Glas

↳ falsch um Faktor ~ 2 nicht so schlecht! ∇

Einführung in die **Wärmelehre**

Wärmekapazität, Freiheitsgrade, Gleichverteilungssatz

Prof. Dr. Matthias Kohl

Wärmekapazität



Beispiel Wasser

spezifische Wärmekapazität:

$$c_m = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

molare Wärmekapazität:

$$c_{mol} = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$$

↑
Anzahl der Mole

Wärmemenge, die pro Mol und pro K aufgenommen wird

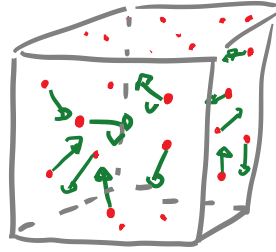
für Gase:

	c_{mol} [J · K ⁻¹ · mol ⁻¹]	experimentell
He, Ne, Ar, Kr 1-atomig	~ 12,5	"Ordnung"
H ₂ , N ₂ , O ₂ , CO 2-atomig	~ 20,7	
CO ₂ , N ₂ O, H ₂ S mehratomig	~ 28,3	

- ↳
- Freiheitsgrade & Gleichverteilungssatz
 - Übertragung von Gasen auf Flüssigkeiten & Festkörper

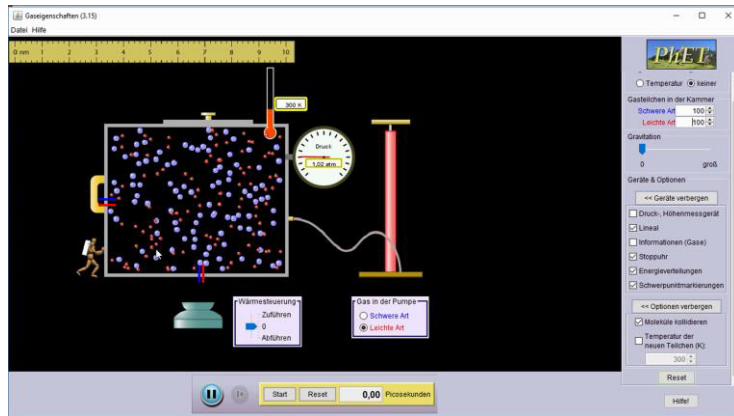
Modellvorstellung:

- Gas mit vielen Teilchen, unterschiedliche Masse und Geschw.
- Stöße untereinander aber: Energie- und Impulserhaltung



- für gleiche Teilchen (Atome, Moleküle):
 - im zeitlichen Mittel ist die Geschwindigkeit und E_{kin} gleich
 - hohe $T \rightarrow$ hohe E_{kin}

Simulation eines Gases:



aber:

- Einfluss der Masse?
 - ... des inneren Aufbaus?
 - ... der Temperatur?



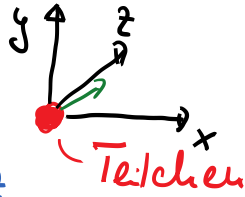
Freiheitsgrade und Wärme:

Freiheitsgrad (FHG): Bewegungsrichtung, Koordinate mit Energieaufnahme

↳ die Wärmeenergie Q abhängig von der Anzahl der FHG

Unterscheidung:

a) FHG der Translation
jedes Teilchen hat 3 lineare Bewegungsmöglichkeiten in x, y, z

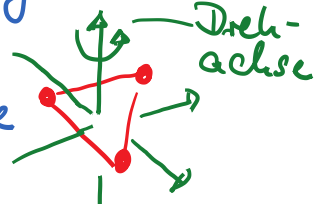


↳ 3 FHG der Translation

b) Moleküle im Gas: näherungsweise punktförmige Atome
zusätzlich Rotationsenergie

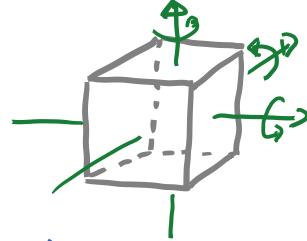
$$E_{\text{Rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Trägheitsmoment $I = \int r^2 dm$

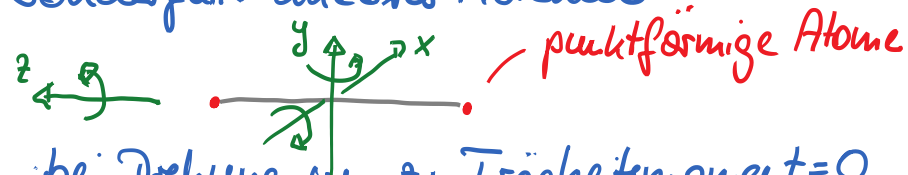


3 Drehachsen

↳ 3 FHG der Rotation



Sonderfall: lineares Molekül



bei Drehung um z : Trägheitsmoment = 0
also keine Rotationsenergie

↳ 2 FHG der Rotation (x, y)

c) Schwingungen im Molekül oder Festkörper

Molekül:



„Federmodell“: Schwingung \rightarrow Epot



FHG der Schwingung abh. vom Aufbau

Anzahl f der Freiheitsgrade

	Translation	Rotation	Schwingung	Σ
Atom	3	0	0	3
Molekül				
- linear	3	2	ja	≥ 5
- nicht-linear	3	3	ja	≥ 6
Festkörper	3	0	3	6

↑ abhängig von T

Gleichverteilungssatz:

Die mittlere kinetische Energie der Teilchen ist gleich, unabhängig von der Masse, aber abhängig von der Temperatur und der Anzahl f der Freiheitsgrade.

Dies ist die Wärme

$$Q = \bar{E}_{\text{kin}} \sim T$$
$$\sim f$$

$$Q = \bar{E}_{\text{kin}} = f \cdot \underbrace{\frac{1}{2} k_B \cdot T}$$

Energie je FHG

mit der Boltzmann-Konstante

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

• Begründung: statistische Mechanik
→ Literatur

• Temperatur als Maß der Bewegung

• Temperaturskala so gewählt, dass $\sim Q$

$$\langle \bar{E}_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t \bar{E}_{\text{kin}} dt = \frac{1}{2} m \cdot \frac{1}{t} \int_0^t v^2 dt$$
$$= \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle \quad (\neq \langle v \rangle^2)$$

erst Quadrat,
dann Mittelwert

↑ erst Mittelwert,
dann Quad.

• Bezug: je Teilchen (nicht Masse)

• mittlere Geschwindigkeit:

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{f}{2} k_B \cdot T$$

unabhängig von Masse

↳ leichte Teilchen bewegen sich schneller

Beispiel: Gas aus O_2 oder H_2

$m_{O_2} = 16 \cdot m_{H_2}$

$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ist im Mittel gleich

↳ $v_{H_2} = \sqrt{16} \cdot v_{O_2} = 4 \cdot v_{O_2}$

O_2 Moleküle im Gas mit $T=300K$:

in eine Raumrichtung:

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} k_B \cdot T = \frac{1}{2} m_{O_2} \langle v^2 \rangle$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow v_{O_2} &= \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{k_B \cdot T}{m_{O_2}}} \\ &= \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 300 \text{ K}}{2 \cdot 16 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 278 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$v_{H_2} = 4 \cdot v_{O_2} \approx 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

mittlere Geschw.

(Verteilung über Zeit,
Verteilung über Teilchen)

$$Q = f \cdot \frac{1}{2} k_B \cdot T$$

↳ Wärmekapazität

$$c_{\text{Teilchen}} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = f \cdot \frac{1}{2} k_B \quad \text{pro Teilchen}$$

direkt mit FHG f verbunden

bezogen auf 1 Mol $\hat{=} 6,023 \cdot 10^{23}$ Teilchen

$$c_{\text{mol}} = f \cdot \frac{1}{2} k_B \cdot 6,023 \cdot 10^{23}$$

$$= f \cdot 4,16 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

↳ Struktur des Gases  c_{mol}



Experiment

Theorie

	c_{mol} [J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹]	f	$\frac{f}{2} k_B \cdot N_A$
<u>He, Ne, Ar, Kr</u> 1-atomig	~ 12,5	3	12,5
<u>H₂, N₂, O₂, CO</u> 2-atomig	~ 20,7	5	20,8
<u>CO₂, N₂O, H₂S</u> mehratomig	~ 28,3	6	24,9

- für $f = 3$ & 5 : sehr gute Übereinstimmung!
- für größere Moleküle: Schwingungen müssen berücksichtigt werden

Sonderfall des Wassers:

H_2O (flüssig, gasförmig) hat hohe Wärmekapazität

flüssig $c_m = 4182 \frac{J}{kg \cdot K}$

Gas: $c_m = 1870 \frac{J}{(kg \cdot K)}$

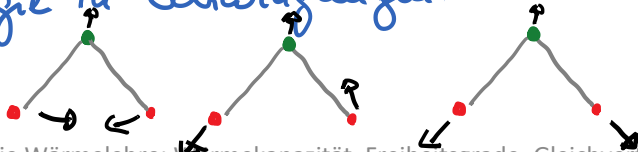
$$m_{H_2O} = (16+2) \cdot m_H = 18 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$
$$= 3,01 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} \hat{=} 3,33 \cdot 10^{25} \text{ Moleküle} \hat{=} 55,2 \text{ Mol}$$

$$\hookrightarrow c_{mol} = 1870 / 55,2 \frac{J}{mol \cdot K} = 339 \frac{J}{mol \cdot K}$$

... dies entspricht $f \approx 8$

Energie in Schwingungen:



bisher: Wärme $Q \sim T$
 \sim Teilchenzahl

\hookrightarrow genauere Betrachtung von Gasen:

- Expansion / Kompression
- Energie & Wärme

Einführung in die **Wärmelehre**

Warum heizen wir?



Wärme?

Energie?

Prof. Dr. Matthias Kohl

Warum heizen wir im Winter?

- Temperatur \uparrow
- Energiezufuhr \uparrow

↳ Wie viel Energie wird beim Heizen eines Raumes der Luft zugeführt?

Ansatz: Luft als ideales Gas

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

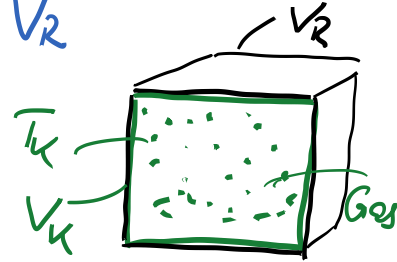
Anzahl der Mole

Gaskonstante
 $8,31 \text{ J/(K}\cdot\text{mol)}$

- Idealisierung:
 - Betrachtung des Gases
 - Vernachlässigung der Wände etc.

- Raum mit Volumen V_k

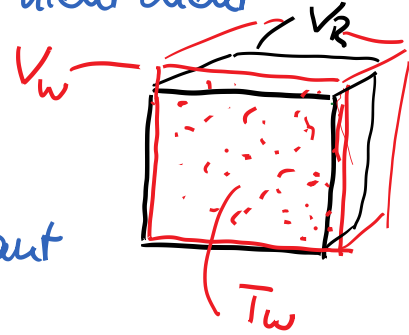
wird erwärmt
kalt: $V_k = V_k$
 T_k, p_k



- Heizen: $T_w > T_k$

- der Raum / Haus ist nicht dicht

→ Gas expandiert
nach außen
Volumen $V_w > V_k$



- Druck ist konstant

$$p_w = p_k$$

$$\hookrightarrow \frac{p_k \cdot V_k}{T_k} = n \cdot R = \frac{p_w \cdot V_w}{T_w}$$

mit $p_k = p_w$

$$\frac{V_k}{T_k} = \frac{V_w}{T_w}$$

$$V_w = V_k \cdot \frac{T_w}{T_k}$$

oder $\frac{V_k}{V_w} = \frac{T_k}{T_w}$

- von der Anzahl der Mole $n_k = n$ bleibt im Raum nur der Anteil

$$n_w = n_k \cdot \frac{V_k}{V_w} = n_k \cdot \frac{T_k}{T_w}$$

Volumen nimmt zu
 \rightarrow Gas entweicht aus Raum

• Wärmeenergie

$$Q_k \sim n_k \cdot T_k$$

$$Q_w \sim n_w \cdot T_w$$

} in V_R

$$\rightarrow Q_w \sim n_w \cdot T_w \sim n_k \cdot \frac{T_k}{T_w} \cdot T_w = n_k \cdot T_k$$

- \hookrightarrow Wärmeenergie des Gases im Raum bleibt gleich, unabh. von T \triangleright
- ... beim Heizen
- ... beim Abkühlen

- aber: • Teilchengeschwindigkeit wird mit T größer
- Entropie nimmt zu

Einführung in die **Wärmelehre**

Das Ideale Gas - Zustandsgleichung

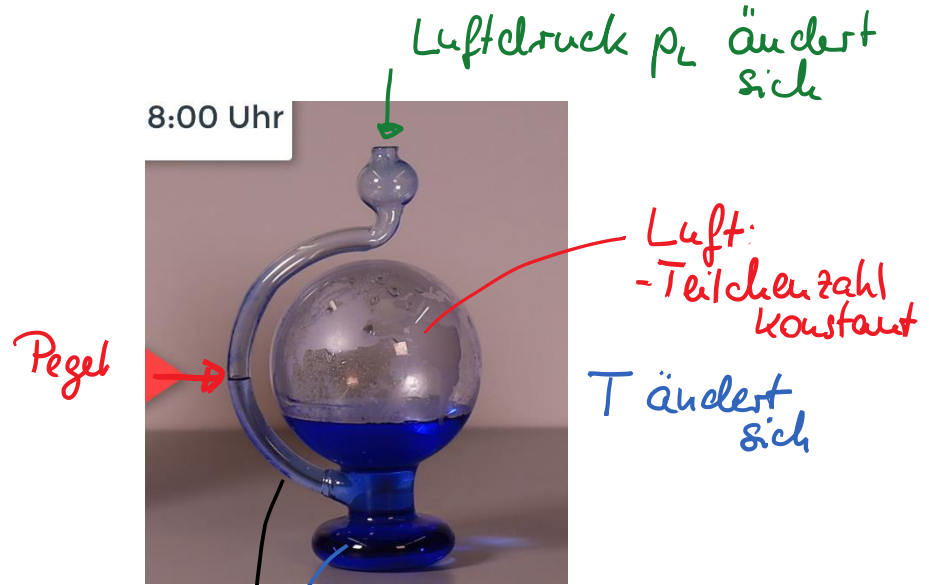
Prof. Dr. Matthias Kohl

Experiment: Luft im Glas / Goetheglas



Beobachtung: Druck p
 Volumen V
 Temperatur T } abhängig von einander

makroskopische Zustandsgrößen



Wasser } Wärmeausdehnung
 Glas } und Kompressibilität
 wird vernachlässigt
 → Volumen unabh. von p & T

Experiment: Druck & Volumen



T ist konstant

Beobachtung: $p \downarrow \rightarrow V \uparrow$

Experiment: Volumen & Temperatur

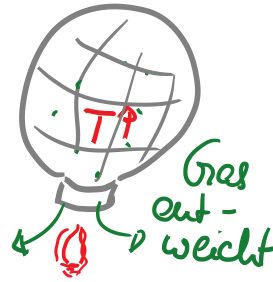


Druck ist konstant

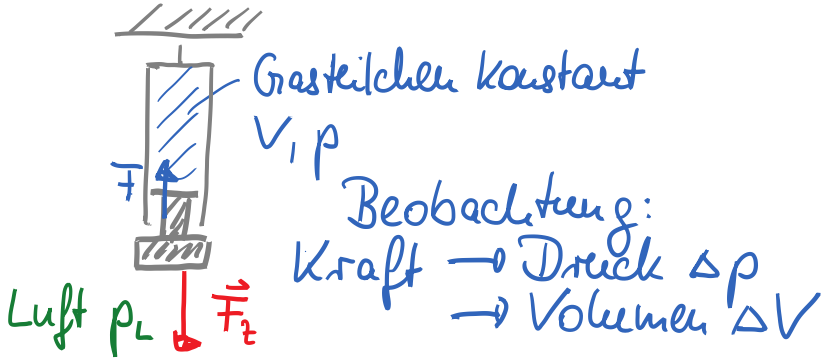
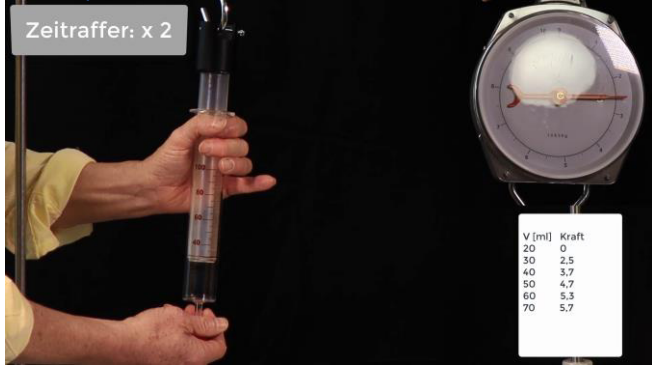
Beobachtung: $T \downarrow \rightarrow V \downarrow$

Experiment: Heißluftballon

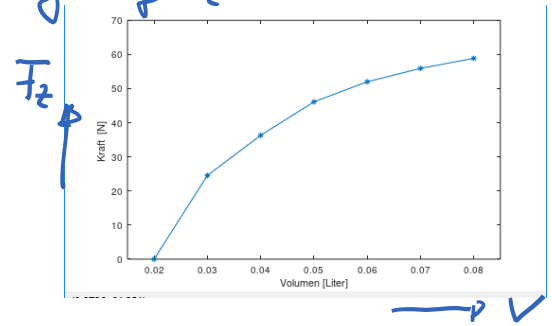
$T \uparrow \rightarrow V \uparrow$ (Luftdruck konstant)



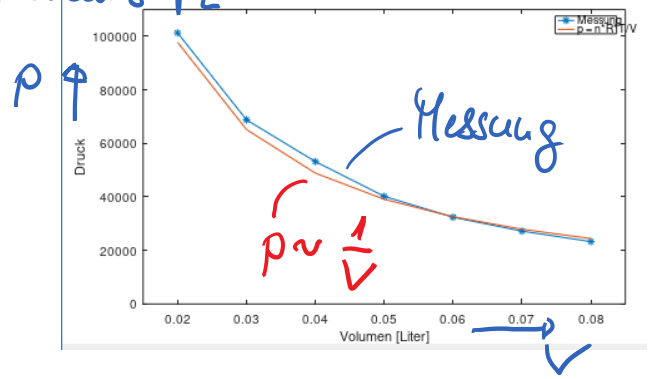
Experiment: Zusammenhang von p & V :



• Messung: Zugkraft F_2 in Abh. von Volumen

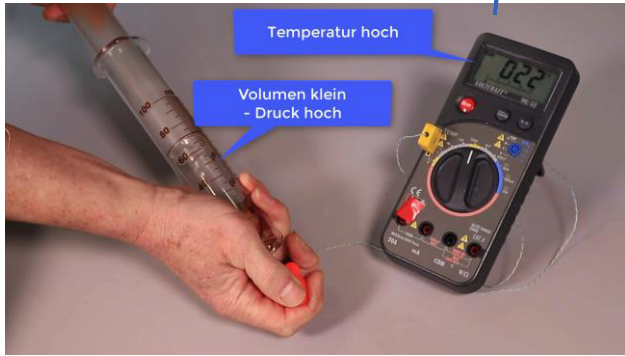


• Umrechnung unter Berücksichtigung des Luftdrucks p_L



$\hookrightarrow p \sim \frac{1}{V}$ in guter Näherung!

Experiment: Druck und Volumen & Temperatur



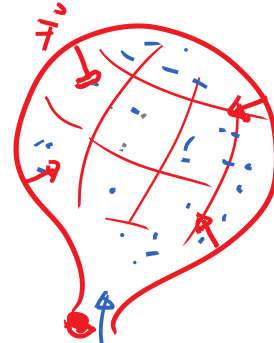
Beobachtung:

Druck p nimmt zu, $p \uparrow \rightarrow V \downarrow$ & $T \uparrow$
(äußere Kraft)

\hookrightarrow auch Temperatur T hängt von p & V ab!

aber: Arbeit wird verrichtet!

Experiment: p , V und Teilchenzahl

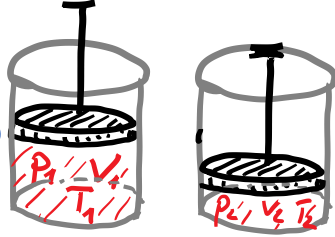


Luftballon
Gummi \rightarrow Kraft / Druck
äußere Luftelruck p_{L}

mehr Teilchen: $N \uparrow \rightarrow V \uparrow$
oder $p \uparrow$

Experimente mit unterschiedlichen Gasen ergeben:

- $p \sim \frac{1}{V}$ (wenn T fest)
oder $pV = \text{constant}$
Boyle-Mariotte-Gesetz



- $V \sim T$ (wenn p fest)
oder $\frac{V}{T} = \text{constant}$
Gay-Lussac-Gesetz

- $p \sim T$
oder $\frac{p}{T} = \text{constant}$ (wenn V fest)

- $V \sim \text{Teilchenzahl } N$

$$\hookrightarrow \frac{p \cdot V}{T} = \text{constant} \cdot N$$

Beziehung zwischen den makroskopischen Größen p, V, T

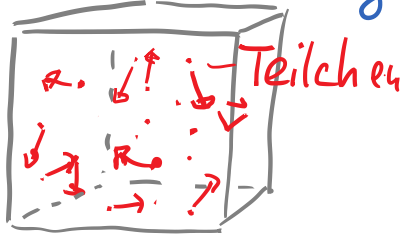
- sehr gute Näherung für viele Gase

verallgemeinerte Beschreibung



Ideales Gas:

- gute Näherung für viele Gase wie Luft (O_2, N_2, CO_2 etc)
- Eigenvolumen der Teilchen ist vernachlässigbar
- Teilchen stoßen untereinander elastisch, sonst keine Wechselwirkung



für ein ideales Gas gilt die allgemeine Gasgleichung

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T$$

Teilchenzahl \nearrow Boltzmann-Konst.
 $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

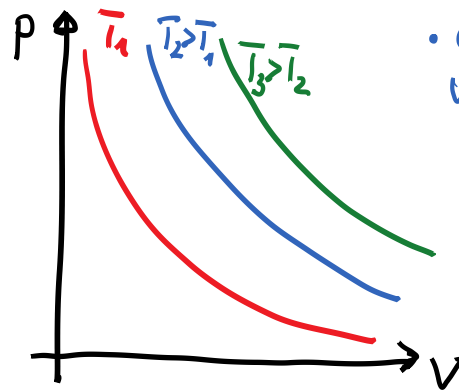
- da üblicherweise N sehr groß:
Umrechnung mit $N = n \cdot N_A$
Anzahl der Mole \nearrow Avogadro-Zahl \nwarrow

allgemeine Gasgleichung / Zustandsgl.
eines idealen Gases:

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T = n \cdot R \cdot T$$

mit der Gaskonstante

$$R = N_A \cdot k_B = 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} = 8,31 \frac{J}{K \cdot \text{mol}}$$

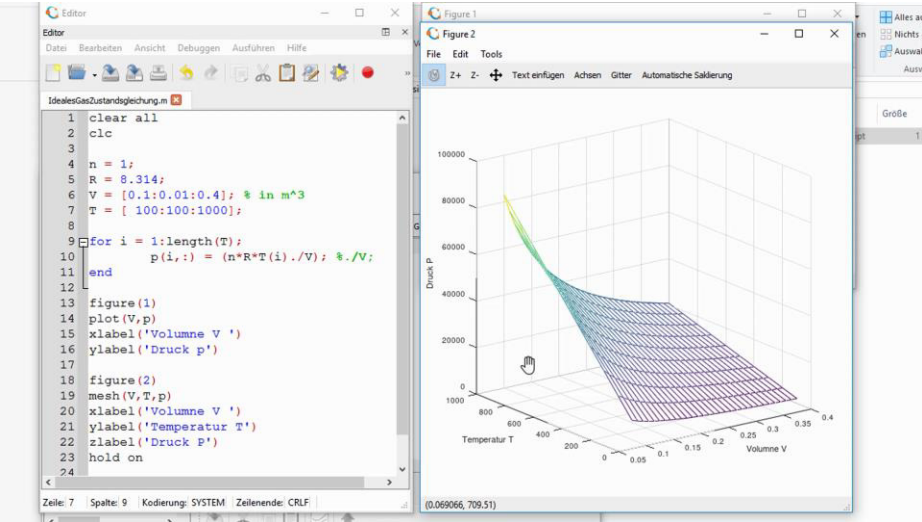


- eindeutige Verknüpfung von p, V, T & n eines Gases!

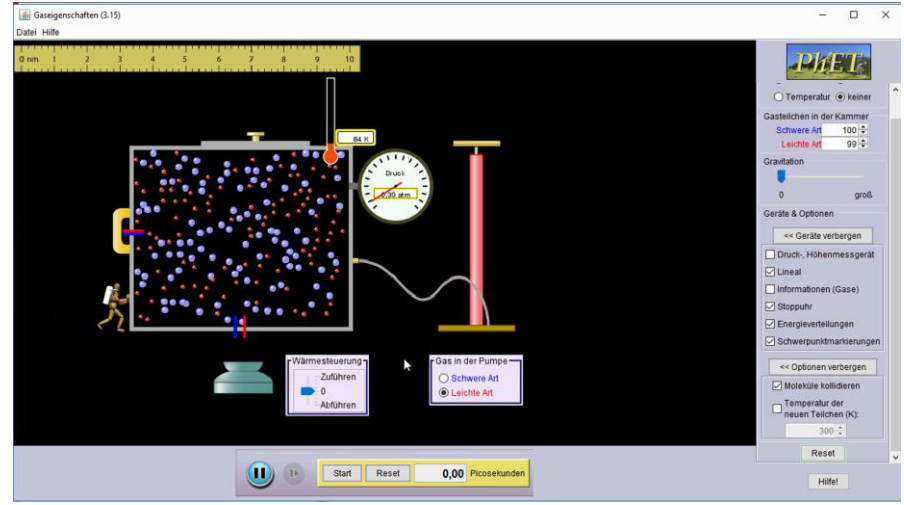
Darstellung der allgemeinen Gasgl.

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T = n \cdot R \cdot T$$

↑ ↑ makroskopische Zustandsgrößen ↑



Simulation: ideales Gas mit 100 Teilchen



Anmerkungen:

- Gas hat viele Teilchen ▽
 $1 \text{ Mol} = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ Teilchen}$
 $1 \text{ Mol Kohlenstoff} \equiv 12 \text{ g}$
 Mol ist eine der 7 Grundeinheiten
 (m, s, kg, A, T, cd, Mol)

- Volumen eines Mol eines idealen Gases:

für Normalbedingungen:

$$p_N = 1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa},$$

$$T_N = 0^\circ \text{C} = 273,15 \text{ K}$$

$$\hookrightarrow p_N \cdot V_N = n \cdot R \cdot T_N$$

$$V_n = \frac{8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ Mol}^{-1} \cdot 1 \text{ Mol} \cdot 273,15 \text{ K}}{1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

$$= 0,0225 \text{ m}^3 = 22,5 \text{ Liter}$$

\hookrightarrow 1 Mol in 22,5 Liter

oder
in 1 m^3 befinden sich ca. 44,5 Mol

- Luft: ca. 78% N_2 , 21% O_2 , + Edelgase
+ CO_2 (ca. 400 ppm = $4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-2} \%$)
unter Normalbed. Dichte $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$

Beispiel: Gewicht und Masse
eines Luftballons

• Volumen $V_L \approx 3\text{ l} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

↳ unter Normalbedingungen entspricht

$$\begin{aligned} \text{dies } m_L &= \rho_L \cdot V_L = 1,29 \text{ kg/m}^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ &= 3,9 \text{ g} \end{aligned}$$



Messung: Gewichtskraft $\hat{=} 0,269 \text{ g}$

Erklärung:

Auftrieb des Ballons

$$\overline{F}_A = \rho_{Lu} \cdot V_L \cdot g$$

Druck durch Gummihaut

$$\hookrightarrow p_i > p_a$$

$$\hookrightarrow \rho_{Li} > \rho_{Lu}$$

$$\overline{F}_G = \rho_{Li} \cdot V_L \cdot g > \overline{F}_A$$



allgemeine Gasgleichung / Zustandsgl.
eines idealen Gases:

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T = n \cdot R \cdot T$$



makroskopische Größen

aber: Beschreibung durch Mechanik
der Teilchen

↳ kinetische Gastheorie

Einführung in die **Wärmelehre**

Kinetische Gastheorie

Prof. Dr. Matthias Kohl

Ideales Gas:

Teilchen ohne
Eigenvolumen &
ohne Wechselwirkung
untereinander

allgemeine Gasgleichung

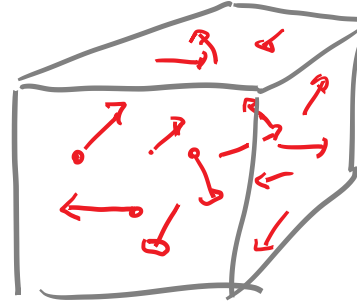
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

↑ ↑
makroskopische
Variablen

↑ Anzahl der
Mole
 $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$



gesucht: mikroskopische Beschreibung
der Gasteilchen durch Koordinaten
und Geschwindigkeit
→ Mechanik der Gasteilchen



Wärmeenergie:

$$Q = f \cdot \frac{1}{2} R \cdot T$$

↑ Anzahl der Freiheitsgrade

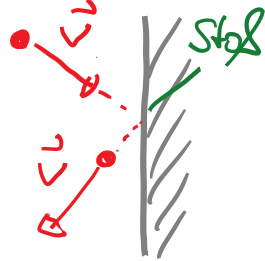
Gas: Stoß mit Wand
 → Druck, Kraftübertragung

allgemein:

$$\text{Kraft } \bar{F} = \frac{d}{dt} P = \frac{d}{dt} (m \cdot v)$$

↑
Impuls P

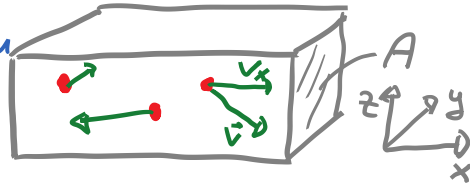
$$\text{Druck } p = \frac{\bar{F}}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{d}{dt} (m \cdot v)$$



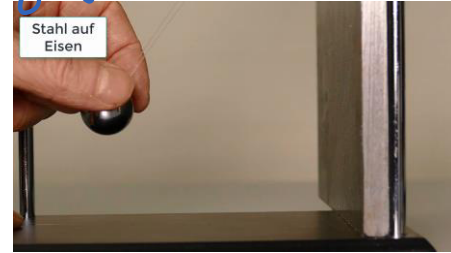
(p & P...
zu wenige
Buchstaben!)

Gesucht: Kraft, die vom
Gas auf die Wände wirkt

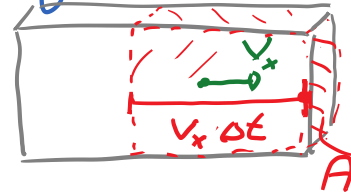
Annahme: N Teilchen
 Masse m , Geschw. v ,
 Volumen V



- Impuls in x -Richtung $p_x = m \cdot v_x$
- elastischer Stoß mit Wand → Impulsänderung $\Delta p = 2m v_x$



- in der Zeit Δt stoßen alle Teilchen mit der Wand, die maximal den Abstand $v_x \cdot \Delta t$ zur Wand haben und sich nach rechts bewegen, sie sind im Teilvolumen $v_x \cdot \Delta t \cdot A$



↳ Anzahl der Stöße = $\frac{v_x \cdot \Delta t \cdot A}{V} \cdot N \cdot \frac{1}{2}$

Anteil des Volumens

↑ Anzahl

↑ die Hälfte nach rechts

\hookrightarrow
Impulsänderung

$$\Delta p = \underbrace{2 m v_x}_{\text{je Teilchen}} \cdot \underbrace{\frac{v_x \Delta t \cdot A}{V} \cdot N}_{\text{Anzahl}} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= m v_x^2 \cdot \frac{\Delta t}{V} \cdot A \cdot N$$

$$\hookrightarrow \text{Druck } p = \frac{1}{A} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{N}{V} \cdot m \cdot v_x^2$$

und damit wird

$$p \cdot V = N \cdot m v_x^2 \quad *$$

Annahme hier: alle Teilchen haben die gleiche Geschw. v_x - das ist sicherlich falsch

• bessere Annahme: alle Teilchen haben die gleiche mittlere kinetische Energie

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle$$

• für ein ideales Gas gilt }
 $p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T = n \cdot R \cdot T$

\hookrightarrow für jedes Gasteilchen

$$m \langle v_x^2 \rangle = k_B T$$

oder

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

dies gilt ebenso für die y- & z-Komponenten.

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \rightarrow 3 \text{ mal}$$

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

↳ damit wird die mittlere kinetische Energie
 ... pro Teilchen $\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B \cdot T$
 ... pro Mol: $\langle E_{kin} \rangle = N_A \cdot \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} R \cdot T$

• die entspricht der Definition der Temperatur für Translationsbewegungen mit 3 Freiheitsgraden

↳ Einsicht:
 Teilchenbewegung \rightleftarrows Temperatur

↳ Teilchengeschwindigkeit

$$\langle v^2 \rangle = 3 \cdot \frac{k_B \cdot T}{m}$$

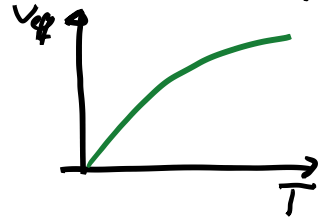
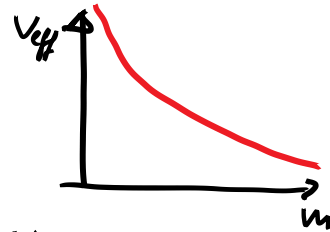
$$v_{eff} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3 \frac{k_B T}{m}}$$

• $v_{eff} \sim \sqrt{\frac{1}{m}}$

Leichte Teilchen sind schnell

• $v_{eff} \sim \sqrt{T}$

hohe Temp. führt zu hoher Geschw.



Beispiel: molekularer Sauerstoff O_2

Molmasse für O-Atom: 16 g/mol

$$m_{O_2} = 2 \cdot 16 \cdot \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{1}{6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

für Zimmertemperatur $T = 300 \text{ K}$:

$$v_{\text{eff}, O_2} = \sqrt{3 \frac{1}{m_{O_2}} \cdot k_B T}$$
$$= \sqrt{3 \frac{1}{5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}}$$
$$= 483 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{für } T = 600 \text{ K} \rightarrow v_{\text{eff}} = 483 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{2} = 683 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

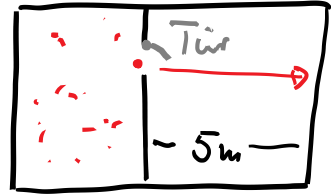
$$\bullet \text{ für He: } m_{\text{He}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot \frac{1}{6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$T = 300 \text{ K: } v_{\text{eff}, \text{He}} = 1360 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

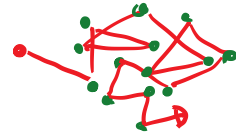
$$T = 4,2 \text{ K (Siedetemp. von He): } v_{\text{eff}, \text{He}} = 161 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Flugdauer durch
Zimmer (5m)

$$O_2, 300 \text{ K:}$$
$$\Delta t = \frac{5 \text{ m}}{483 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx \frac{1}{100} \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

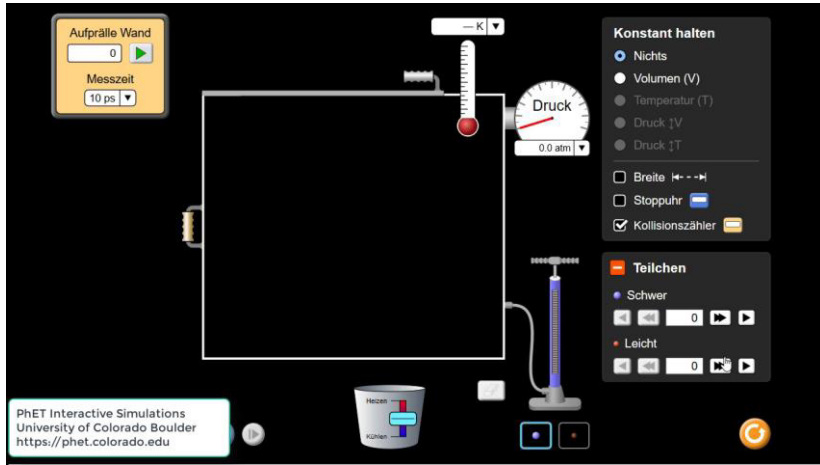


real: Flugbahn nicht gerade sondern
bestimmt durch
Stöße
 \rightarrow Diffusion



Simulation: Gas in V

- Stöße von Teilchen mit Wand



hier erreicht:

- molekulare Deutung der Temperatur

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

- aber Geschwindigkeit nicht konstant

→ Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Einführung in die **Wärmelehre**

Maxwell-Boltzmann- Verteilung der Geschwindigkeit

Prof. Dr. Matthias Kohl

bisher: kinetische Gastheorie

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

effektive mittlere
Geschw.

$$v_{\text{eff}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$$

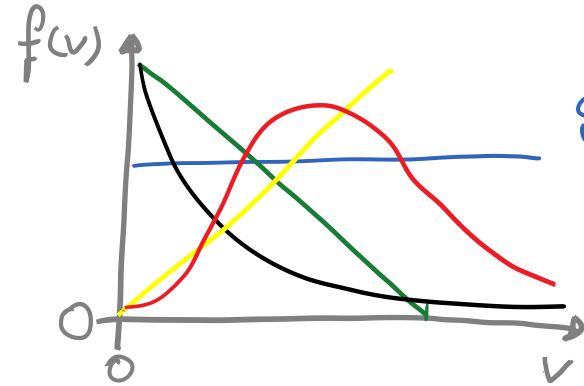


• genauere Beschreibung:

Geschw. v muß eine Verteilung haben,
da die Teilchen miteinander stoßen
und Impuls übertragen

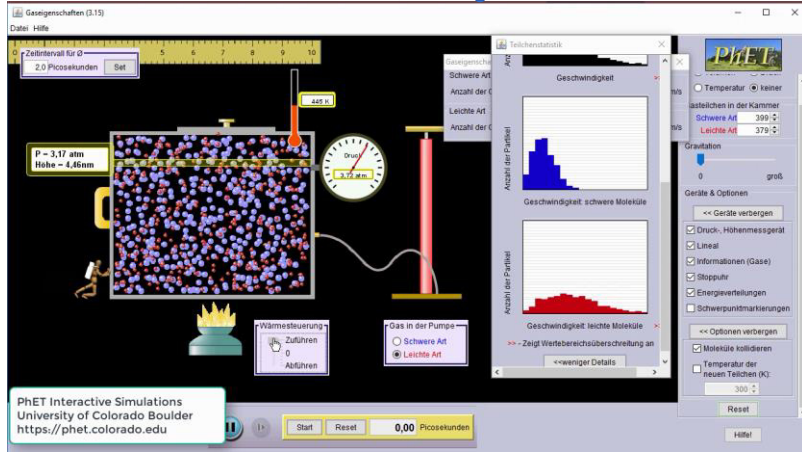
gesucht: Funktion $f = f(v)$

?



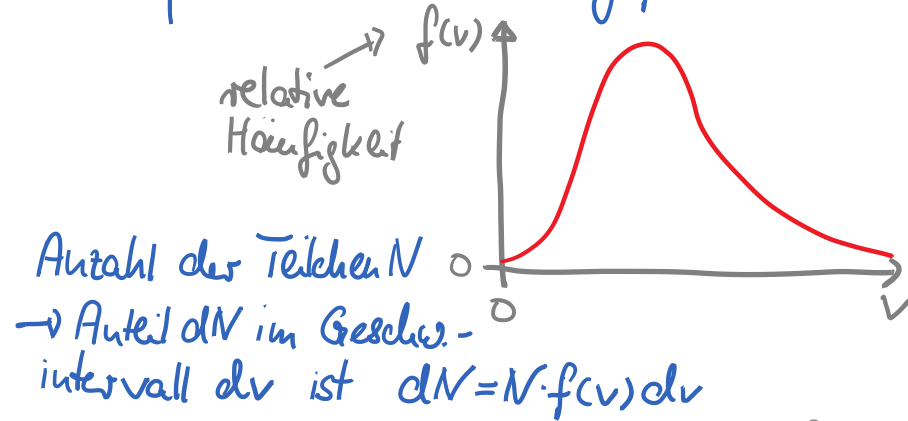
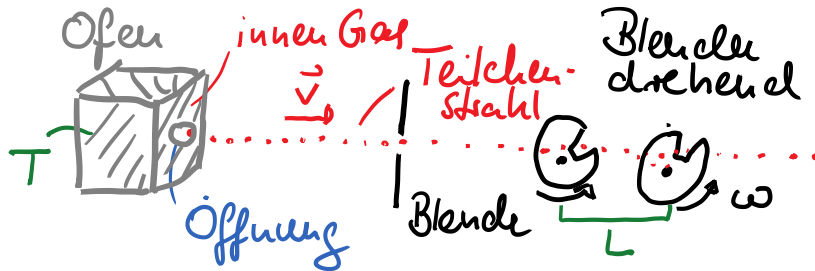
gleich-
verteilt

Simulation: Bewegung von Gas-Teilchen:



- Teilchenstrahl auf Ofen, T , Vakuum
- zwei sich drehende Blenden mit Öffnungen, Abstand L
- ↳ Teilchen durchlaufen die Blenden abhängig von L , den Öffnungen, dem Winkelgeschw. ω der Drehung und v (Teilchen)
- ↳ experimentelle Verteilung $f(v)$

Messung der Molekülgeschw. eines Gases



- Theoretische Herleitung von $f(v)$:
 - statistische Überlegung
 - separates Kapitel & Literatur

↳ Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

- $f(v)$ ist normiert, d.h. $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$
- Maximum bei $v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ (siehe unten)

Form von $f(v)$:

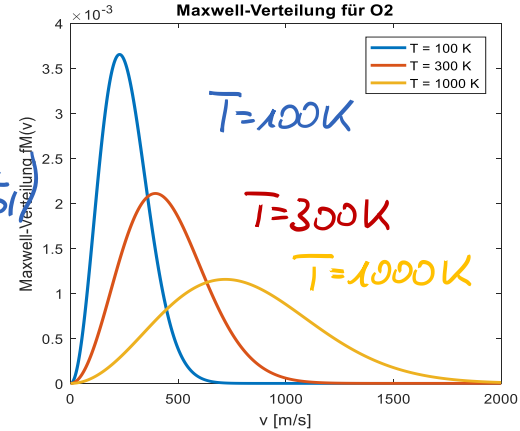
- für kleines v : $f(v) \sim v^2$
- für großes v : $f(v) \sim e^{-\frac{E_{kin}}{k_B T}}$

Quotient von kin. Energie und therm. Energie $k_B T$

Beispiel: Geschw.-Verteilung

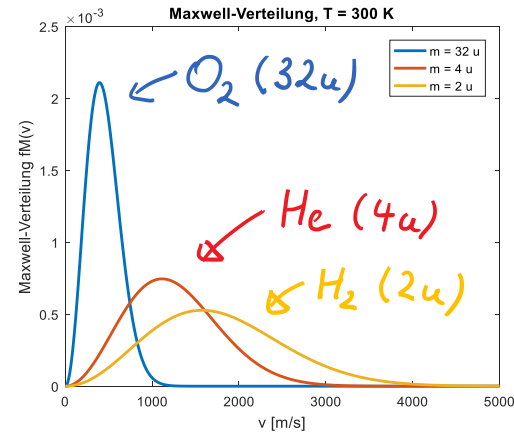
T-Abhängigkeit

- für O_2 -Molekül ($m_{O_2} = 32 u = 32 \frac{g}{mol}$)



Massen-Abhängigkeit

- für O_2, He, H_2
- $T = 300 K$



Anmerkungen:

- a) Verteilung $f(v)$ für thermisches Gleichgewicht
nur Mittelwerte über viele Teilchen und lange Zeiten werden beschrieben

b) große Masse \rightarrow kleines v

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

für O_2 : $m_{O_2} = 32 \cdot \frac{g}{mol} = 32 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
wenn $T = 300 \text{ K} \rightarrow v_{\max, O_2} \approx 390 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

„Gas“ aus großen Teilchen

für makroskopisches Teilchen mit $m = 1 \mu\text{g}$
entspricht Wasservolumen $(0,1 \text{ mm})^3$

$$\hookrightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2k_B \cdot 300 \text{ K}}{10^{-9} \text{ kg}}} \approx 2,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

sehr klein!

gibt es so ein Gas?

c) Einfluss auf Atmosphäre von Planeten

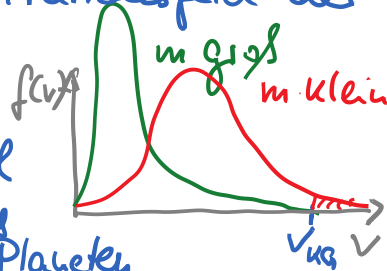


auf Erde: bei einem Wurf mit $v > v_{kg} \approx 11 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

wird das **kosmische Gesch.** Teilchen das Gravitationsfeld der Erde verlassen

$$v_{kg} = \sqrt{2G \frac{M_p}{R_p}}$$

← Masse & Radius eines Planeten

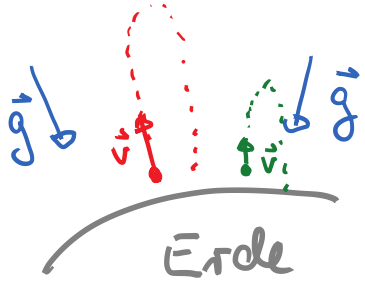


↳ auf Erde: H_2 entweicht in den Weltraum (& reagiert mit O_2 vorher)

↳ kleine, leichte Planeten haben keine Atmosphäre, da v_{kg} klein

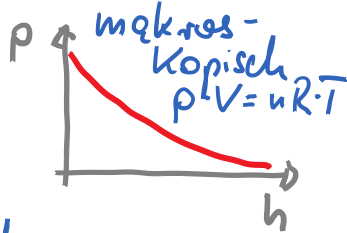
d) weitere Folge der M.-B.-Verteilung: Verdunsten von Flüssigkeiten und gleichzeitiger Abkühlung (siehe eigenes Kapitel)

Was „passiert“ mit einem Gas auf der Erde?



- Gravitation
- pot. Energie
- thermische Energie
- Stöße im Gas

↳ Gas ist kompressibel
→ barometrische Höhenformel



aus der Sicht jedes Teilchens:
warum liegen sie nicht alle am Boden?

↳ Herleitung der Maxwell-Boltzmann-V
→ siehe eigenes Kapitel

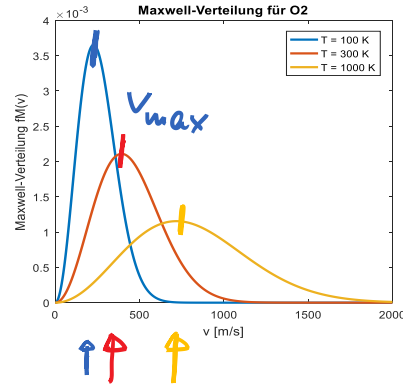
Herleitung: v_{max}

$$\text{aus } f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

für v_{max} ist die Steigung $\frac{df}{dv} = 0$

$$\text{mit } C = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2}$$

$$\begin{aligned} \text{also: } \frac{df}{dv} &= C \cdot 2v \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \\ &+ C \cdot v^2 \cdot \left(-\frac{2mv}{2k_B T}\right) \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \\ &= C \cdot v \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} \cdot \left[2 - \frac{mv^2}{k_B T}\right] \end{aligned}$$



$$\left. \frac{df}{dv} \right|_{v_{max}} = 0$$

$$\hookrightarrow 0 = 2 - \frac{mv_{max}^2}{k_B T}$$

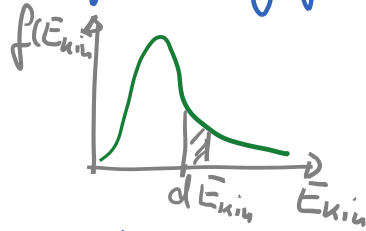
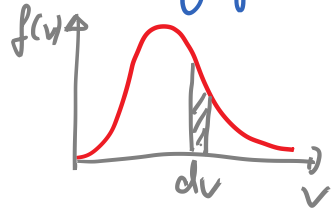
$$v_{max} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

$$\text{für O}_2: m_{O_2} = 32 \frac{g}{N_A} = 5,3 \cdot 10^{-23} g = 5,3 \cdot 10^{-26} kg$$

$$T = 300 K$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow v_{max} &= \sqrt{\frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300 K}{5,3 \cdot 10^{-26} kg}} \\ &= 395 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Verteilung $f(v) \rightarrow$ Umformung $f(\bar{E}_{kin})$:



$$N \cdot f(v) dv = N \cdot f(\bar{E}_{kin}) \cdot d\bar{E}_{kin}$$

$$\text{mit } \bar{E}_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow \frac{d\bar{E}_{kin}}{dv} = m v$$
$$dv = d\bar{E}_{kin} \cdot \frac{1}{m v}$$

$$f(v) \cdot dv = C \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m v^2}{2k_B T}} dv \quad \text{mit } C = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2}$$
$$= C \cdot \frac{v}{m} e^{-\frac{\bar{E}_{kin}}{k_B T}} \cdot d\bar{E}_{kin}$$

$$\text{mit } v = \sqrt{2\bar{E}_{kin}/m}$$

$$f(v) dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{k_B T} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{\bar{E}_{kin}} \cdot e^{-\frac{\bar{E}_{kin}}{k_B T}} \cdot d\bar{E}_{kin}$$

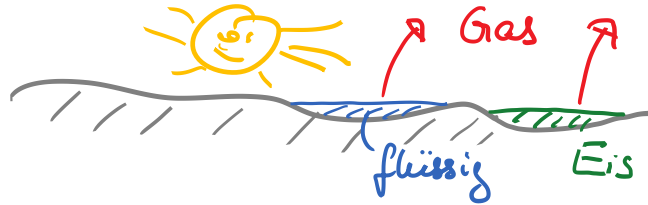
• Normierung: $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$
 \rightarrow Likelihood

Einführung in die **Wärmelehre**

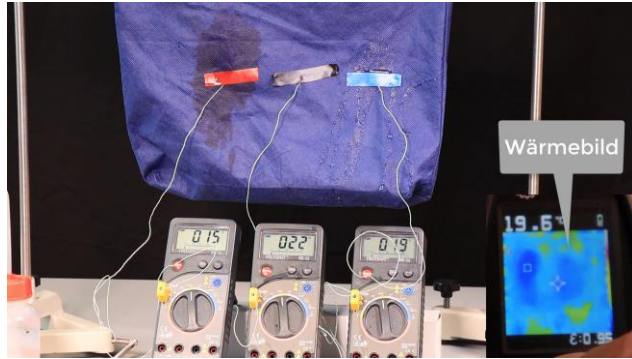
Warum verdunsten Flüssigkeiten und kühlen dabei?

Prof. Dr. Matthias Kohl

Beobachtung: Wasser/Eis verdunsten

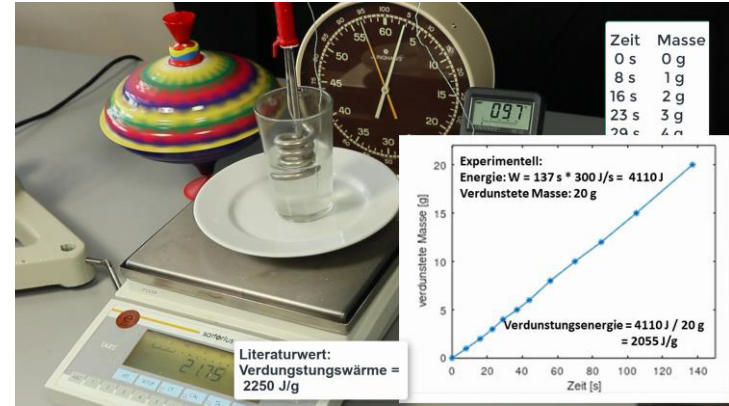


Experiment: Verdunsten von Wasser & Aceton



Beobachtung: Abkühlung für Aceton schneller als für Wasser

Experiment: Verdunstungswärme von Wasser



Leistung: $P = 300 \text{ W}$

in 137s verdunsten 20g Wasser

$$\hookrightarrow Q_v = 300 \text{ J/s} \cdot 137 \text{ s} / 20 \text{ g} = 2055 \text{ J/g}$$

Literaturwert = 2250 J/g

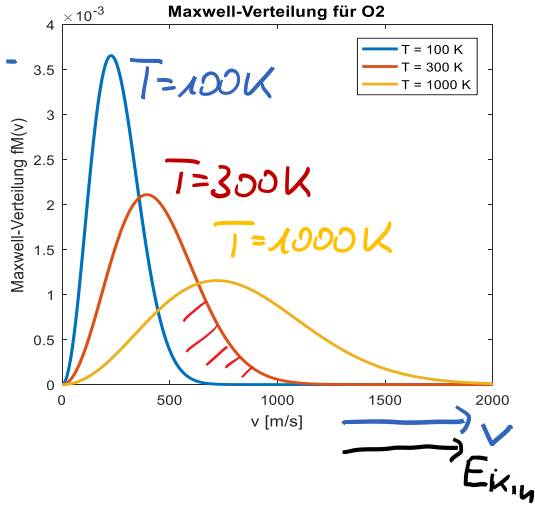
→ Verdunstung benötigt viel Energie

Erklärung: qualitativ

Maxwell-Boltzmann-Verteilung

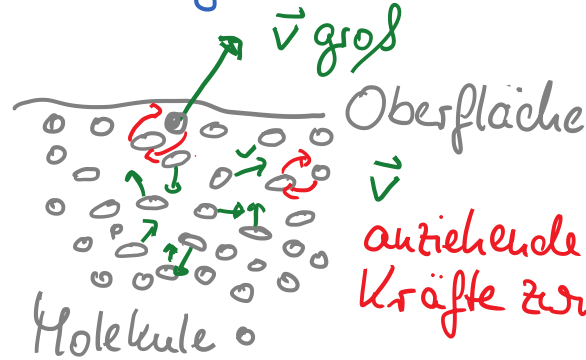
$$f(v) = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

↳ geringe Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen hohe E_{kin} haben



• dies gilt auch für Flüssigkeiten

• Flüssigkeit:



Teilchen mit großer Geschw. können die anziehenden Kräfte verlassen

→ Verdunstung

• und diese Teilchen nehmen viel Energie $E = \frac{1}{2}mv^2$ mit, zurück bleiben die langsameren Teilchen
→ Abkühlung

- Warum friert man mit nasser Kleidung?

- Warum schwitzt man?

→ Abkühlung durch Verdunstung
(& hohe Wärmeleitung von Wasser)

Einführung in die **Wärmelehre**

Die Boltzmann- Verteilung

Prof. Dr. Matthias Kohl

Gas im Volumen:
Verteilung



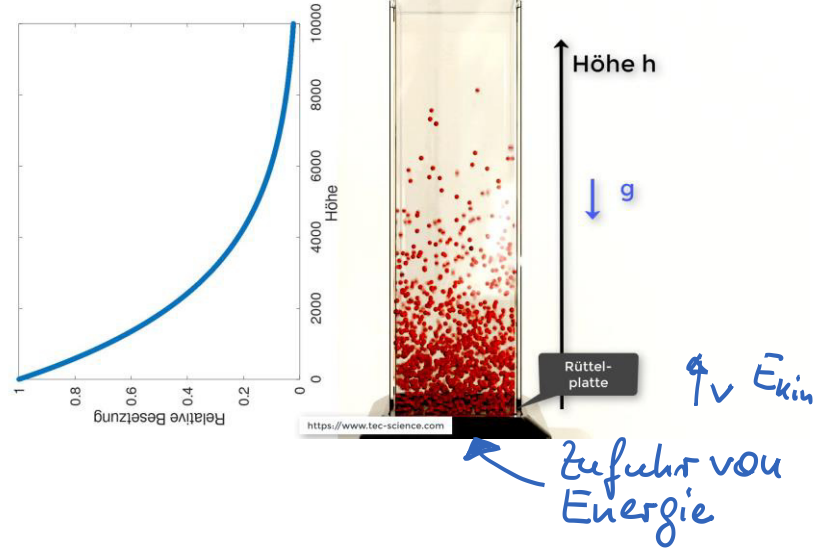
Alltagsfrage: warum gibt es kein Gas
aus Steinen oder Sand ?



- ↳ Gravitation hält Teile am Boden
- ↳ Steine im Weltall \rightarrow Gas?
- ↳ Einfluss der Temperatur?
- ↳ wie verhält sich ein Gas bei $T=0K$?

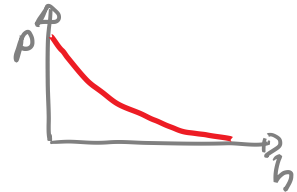
Antworten: Boltzmann-Verteilung

Experiment: Kugeln auf Rüttelplatte



Zum Verständnis eines realen Gases

- thermische Energie $\sim k_B T$
- barometrische Höhenformel

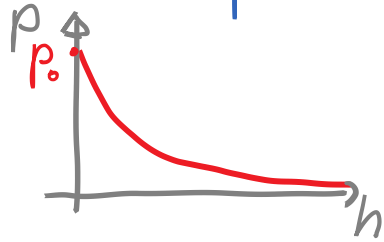


Herleitung der Boltzmann-Verteilung:

- Für Gase: $p \cdot V = p_0 \cdot V_0$
 \rightarrow Kompressibilität $\nearrow \nearrow$ für Höhe $h=0$

\hookrightarrow barometrische Höhenformel
 (Herleitung siehe Mechanik, Kap. 20)

$$p = p_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right)}$$



mit Masse $M = \rho_0 \cdot V_0 \oplus$
 Dichte \nearrow bei $h=0$

- die Dichte der Teilchen nimmt dann auch ab
 $\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$

- ebenso die Anzahl der Teilchen
 $n(h) = n_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}} \quad (*)$

- außerdem für ideale Gase
 $p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T = p_0 \cdot V_0$
 \nearrow Anzahl

$$\hookrightarrow p_0 = \frac{N k_B T}{V_0}$$

$$\text{in } (*) : n(h) = n_0 \cdot e^{-\left(\frac{\rho_0 g h}{N k_B T} \cdot V_0\right)} \quad \text{mit } \oplus$$

$$= n_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g h}{N \cdot k_B T}} \quad \text{mit } \oplus$$

$$\text{mit } \frac{M}{N} = \frac{\text{Masse aller Teilchen}}{\text{Anzahl der Teilchen}} = m \quad \text{Masse der Teilchen}$$

• damit wird

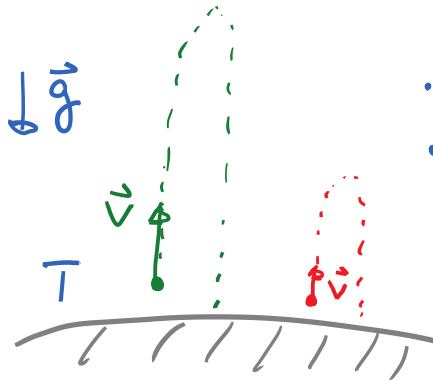
$$n(h) = n_0 e^{-\frac{\rho \cdot g \cdot h}{\rho \cdot k_B T}}$$
$$= n_0 e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k_B T}}$$

← \bar{E}_{pot} pro Teilchen

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{\bar{E}_{\text{pot}}}{k_B T}}$$

▽ Boltzmann-
○ Verteilung

→
Verhältnis der
pot. Energie &
thermischer Energie $k_B T$



- überall gleiches T
- für kleines v können die Teilchen nur eine kleine Höhe (\bar{E}_{pot}) überwinden

Boltzmann-Verteilung:

- allgemeine Gültigkeit
- statistische Mechanik (Literatur)
 - einfaches Energieleiter-Modell (unten)

Wenn die potentielle Energie an zwei Orten \bar{E}_{pot1} und \bar{E}_{pot2} ist, so gilt für die Teilchenzahlen

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{\Delta \bar{E}_{pot}}{k_B T}} \quad \Delta \bar{E}_{pot} = \bar{E}_{pot1} - \bar{E}_{pot2}$$

da
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e^{-\frac{\bar{E}_{pot1}}{k_B T}}}{e^{-\frac{\bar{E}_{pot2}}{k_B T}}} = e^{-\frac{\bar{E}_{pot1} - \bar{E}_{pot2}}{k_B T}}$$

Verallgemeinerung:

Wenn ein System aus einem oder vielen Teilchen unterschiedliche Zustände mit Energien $\bar{E}_1, \bar{E}_2, \bar{E}_3, \dots$ annehmen kann, dann ist die Wahrscheinlichkeit, das System im Zustand i zu sein

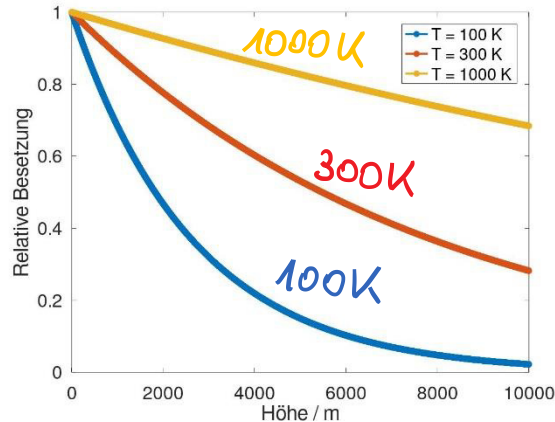
$$P_i = e^{-\frac{\bar{E}_i}{k_B T}}$$

- dies gilt für jede potentielle Energie: Gravitation, elektrostatische E etc.
- Teilchendichte \rightarrow Wahrscheinlichkeit
- viele Teilchen \leftarrow - einzelnes Teilchen

Abschätzung: $\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{\Delta \bar{E}_{\text{pot}}}{k_B T}}$

für O_2 : $m_{O_2} = 32 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 5,34 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

T [K]	$k_B \cdot T$ [J]	für O_2 : $n_2/n_1 \approx \text{Höhen} \bar{E}_{\text{pot}}$	
		h=100m	h=10000m
10	$1,38 \cdot 10^{-22}$	0,69	$3 \cdot 10^{-17}$
100	$1,38 \cdot 10^{-21}$	0,963	0,0224
300	$4,14 \cdot 10^{-21}$	0,987	0,28
1000	$1,38 \cdot 10^{-20}$	0,996	0,68



für $T = 10 \text{ K}$: für $h = 10 \text{ km}$
 $\frac{n_2}{n_1} = 3 \cdot 10^{-17}$ sehr geringe Dichte von O_2

- entscheidend:
 - thermische Energie $k_B T$ besitzt jedes Teilchen, unabhängig von der Masse, ob Atom oder Stein
 - $\Delta \bar{E}_{\text{pot}}$ ist abhängig von m
 $\hookrightarrow e^{-\frac{\Delta \bar{E}_{\text{pot}}}{k_B T}}$ hängt von m ab!

Gas aus Sand:

Sandkorn mit $d = 1 \text{ mm}$, $\rho = 3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$\hookrightarrow m_s = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot \rho = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$h = 1 \text{ m}: E_{\text{pot}} = m_s \cdot g \cdot h = 1,54 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

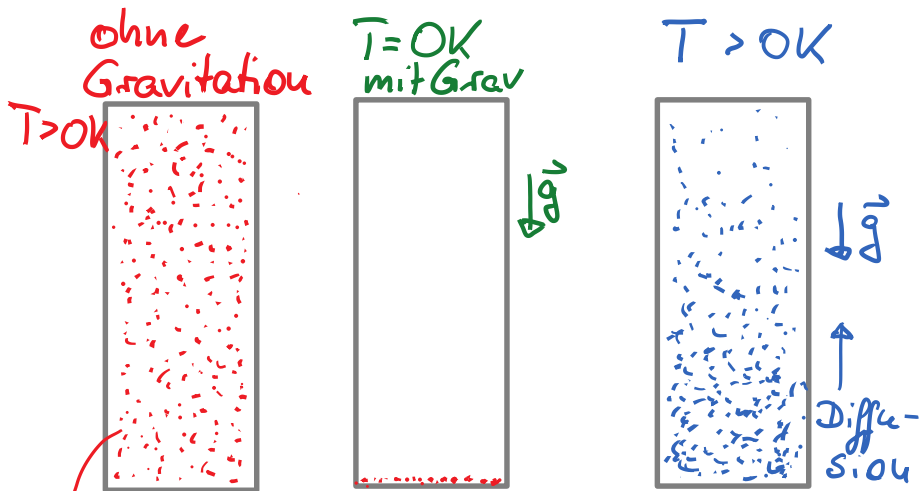
$$\begin{aligned} T = 1000 \text{ K} \quad \frac{n}{n_0} &= e^{-\frac{m_s g \cdot h}{k_B T}} \\ &= e^{-\left(\frac{1,54 \cdot 10^{-5} \text{ J}}{1,38 \cdot 10^{-20} \text{ J}}\right)} = e^{-1,1 \cdot 10^{15}} \\ &\approx 0 \end{aligned}$$

\hookrightarrow für dieses Sandkorn, und jede makroskopische Masse, ist die Wahrscheinlichkeit, sich in Höhe $h > 0$ zu befinden 0.

- statistische Aussage
- auch für $h = 1 \text{ mm}$; $T < 10 \text{ K}$...

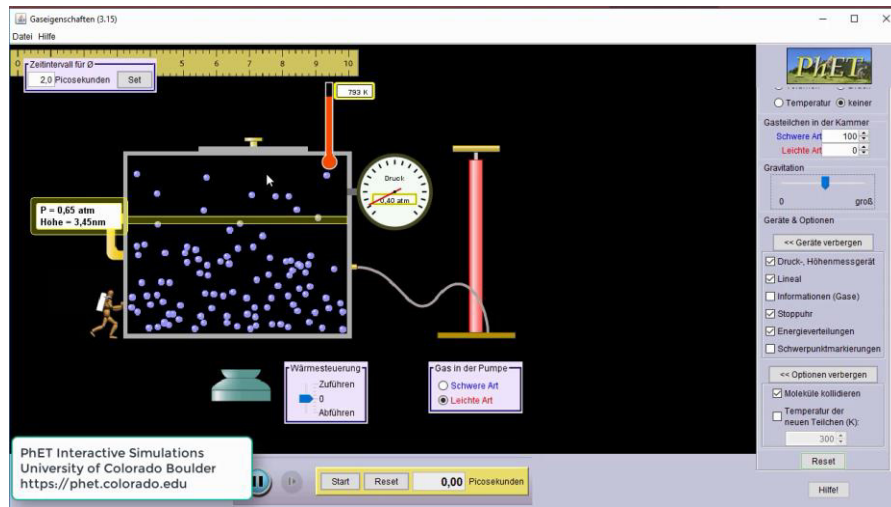
\hookrightarrow es gibt kein Gas aus Sand 

Gas im Gravitationsfeld



- Thermische Energie $k_B T$ → „Unordnung“
↔ Diffusion
- Gravitation → „Ordnung“

im Modell:

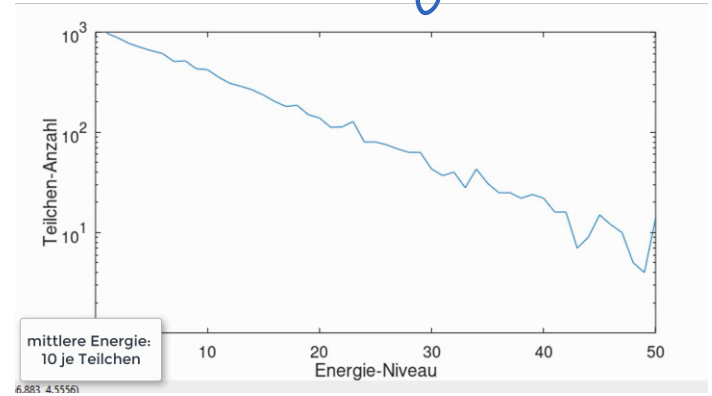


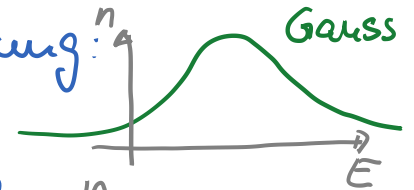
Modell: Boltzmann-Verteilung in 1D

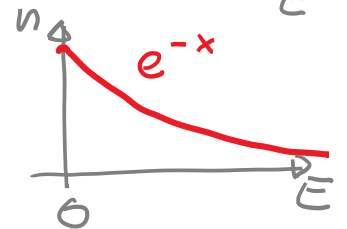
- Energie mit äquidistanten ΔE
- anfangs: alle Teilchen in E_0
- Teilchenanzahl N
 - ↳ Gesamtenergie $E_G = N \cdot E_0$
- Würfeln: ein Teilchen geht hoch & ein anderes herab ↓



↳ statistische Verteilung



- ohne untere Begrenzung: 
- mit Begrenzung: $E \geq 0$
 - ↳ Boltzmann-Verteilung



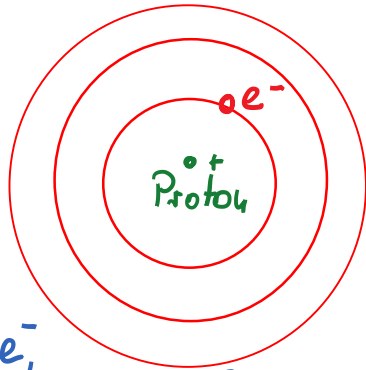
Anwendung: Besetzung von Atomniveaus

Wasserstoff-Atom H:

$$E = -E_0 \cdot \frac{1}{n^2} \quad n=1,2,3\dots$$

$$E_0 = 13,6 \text{ eV} = 2,1 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

(siehe: Moderne Physik,
Bohrsches Atommodell)



Wahrscheinlichkeit für e^- ,
diese Bindung durch thermische Anregung
zu überwinden ($T=300 \text{ K}$)

$$e^{-\frac{2,1 \cdot 10^{-18}}{4,14 \cdot 10^{-21}}} = e^{-5,07 \cdot 10^2} \approx 6 \cdot 10^{-221} \\ = 0 \quad \nabla$$

statistisch keine thermische Anregung,
alle H-Atom sind im Grundzustand

Beispiel: „Rauschen“ in elektronischen
Bauteilen \leftrightarrow thermische Bewegung
von Leitungselektronen

\hookrightarrow Boltzmann-Verteilung $e^{-\frac{\Delta E_{pot}}{k_B T}}$
als allgemeines Prinzip

\hookrightarrow Maxwell-Boltzmann-Verteilung
der Geschw. im Gas

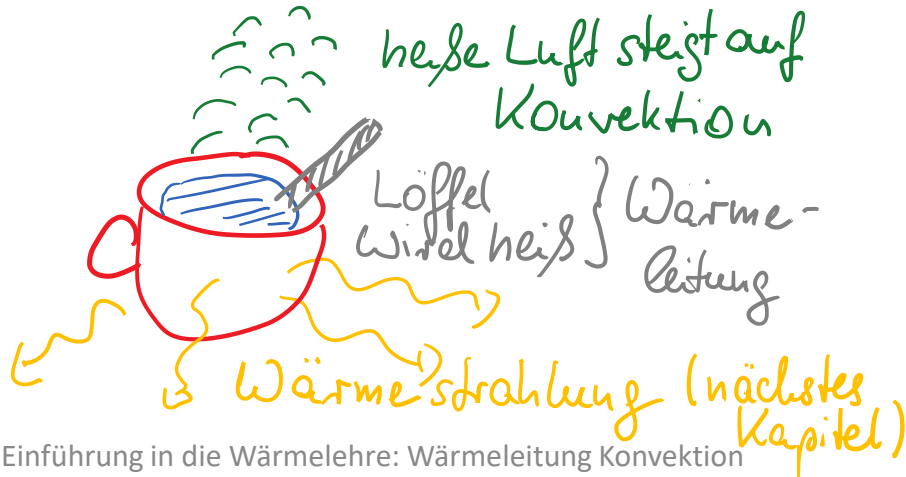
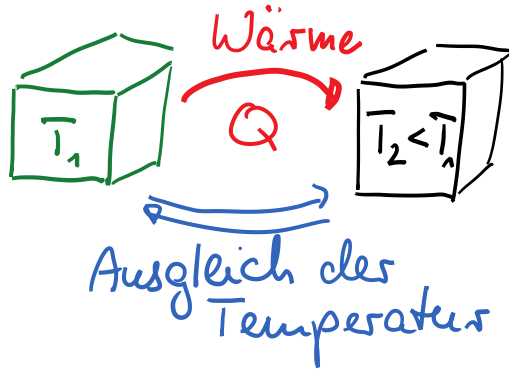
$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{m}{2k_B T}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

Einführung in die **Wärmelehre**

Wärmeleitung & Konvektion

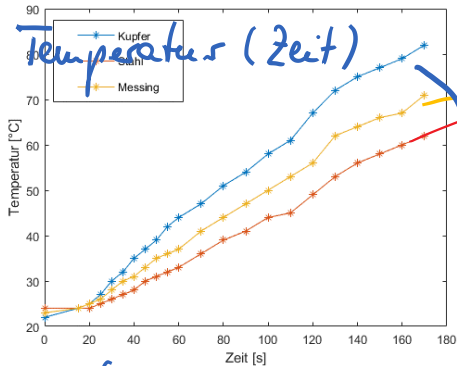
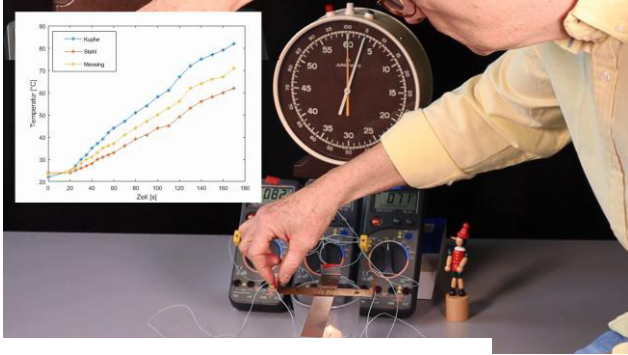
Prof. Dr. Matthias Kohl

Wärmetransport \rightarrow Energie-transport

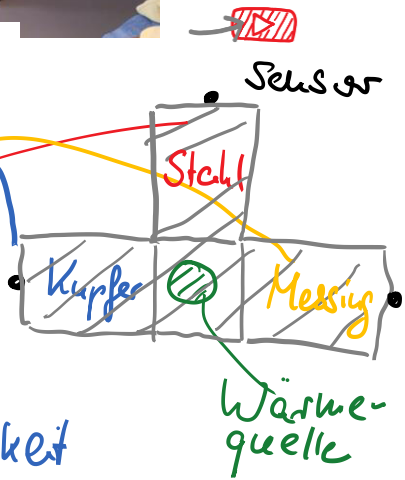


a) Wärmeleitung

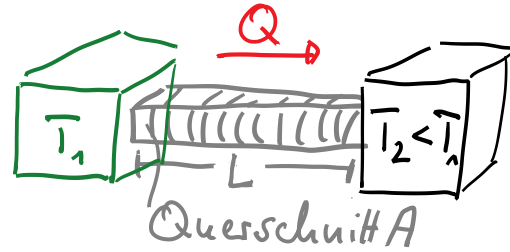
Experiment: Wärmeleitung von
Kupfer,
Stahl
Messing



→ Materialabhängigkeit



Idealisierte Beschreibung



- Wärmeenergie Q fließt vom Medium 1 nach 2

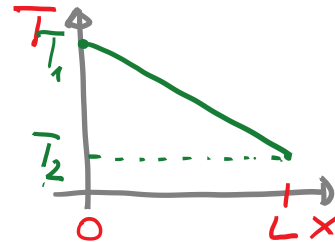
$$Q \sim \Delta T = T_1 - T_2$$

$$Q \sim \frac{1}{\Delta x} \quad Q \sim A$$

- Wärmestrom $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \sim A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$

$$\hookrightarrow I = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Wärmeleitfähigkeitskoeffizient λ
(Materialkonstante)



Wärmeleitfähigkeitskoeffizient λ

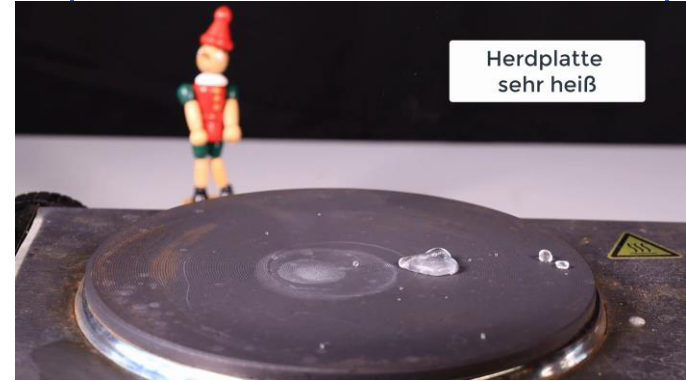
	λ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]
Beton	0,18 - 1,3
Holz	0,15
Kupfer	401
Messing	120
Stahl	50-80
Luft	0,026
Wasser	0,61
Eis	2
Wolle	0,04
Glas	0,8

} vergleiche mit Experiment
 gute elektrische Leiter

← Kleidung
 ← nasse Kleidung

welcher Stoff ist gut
 - als Kleidung ?
 - als Baustoff ?

Experiment: Wasser auf Herdplatte



Beobachtung: Leidenfrost-Effekt
 Wassertropfen „tanzt“ und
 verdunstet langsam

Erklärung:



Anwendung: Energieverlust eines Menschen durch Wärmeleitung

Abschätzung: Wärmestrom

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

• Körperoberfläche $A \approx 1,85 \text{ m}^2$

• Kleidung über gesamten Körper aus Wolle mit Dicke $\Delta x = 1,5 \text{ cm}$ (Mantel)

Annahme: Haut $T_1 = 34^\circ\text{C}$
außen $T_2 = 0^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow I &= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{K} \cdot \text{m}} \cdot 1,85 \text{ m}^2 \cdot \frac{34 \text{ K}}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \\ &= 168 \text{ J/s} \end{aligned}$$



• damit am Tag

$$\begin{aligned} \text{Wärmeverlust pro Tag} &= 168 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \\ &= 1,45 \cdot 10^7 \text{ J} = 1,45 \cdot 10^4 \text{ kJ} \end{aligned}$$

• Vergleich: 100g Butter enthalten ca. 3000 kJ

↳ zum Ausgleich des Wärmeverlustes müsste man am Tag ca. 500g Butter essen!

• Kleidung nass $\rightarrow \lambda$ (Wasser) $= 0,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Energieverlust 15x höher $\hat{=} 7,5 \text{ kg Butter/Tag}$



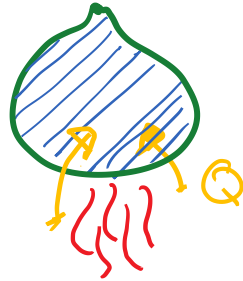
Fehler / Vereinfachung:

- Hauttemperatur fällt $\Delta Q \downarrow$
- Wärmestrahlung etc.

Experiment: Luftballon als Kochtopf?



- Wärme durch Flamme
Temperatur im Inneren
abh. von Wärmekapaz.
& Wärmeleitung
des Wassers



Experiment: Wärmeleitung im Wasser



Experiment bei Frost: Berühren
von Metall → Festfrieren der Hand
Erklärung: hohe Wärmeleitfähigkeit

b) Konvektion

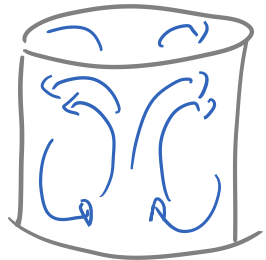
Wärmetransport durch Stofftransport



Luft steigt am
Heizkörper auf, da Dichte
klein und nimmt
Wärme mit



$$T_2 < T_1$$



Beispiel:
Wasserströmungen
im Kochtopf



Beispiel: Seewind am Tag



- Sonne wärmt das Land stärker als das Wasser
- Luft steigt über Land auf
- Wind vom Meer gleicht dies aus

• Thermoskanne



Doppelwandig: keine Wärmeleitung über Wand

geringe Konvektion

Metallschicht: Wärmestrahlung wird reflektiert (nächstes Kapitel)

Einführung in die **Wärmelehre**

1. Hauptsatz der Wärmelehre, Volumenarbeit

Prof. Dr. Matthias Kohl

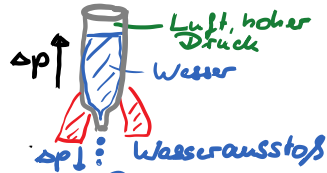
Energieerhaltung als universelles Prinzip!

- E_{kin} in Bewegung
 - E_{pot} in der Lage
 - W Arbeit
 - Q Wärmeenergie
 - U innere Energie
- } neu
- ↙ 2

gesucht: allgemeine Beschreibung

Beispiele

• Wasserrakete



hoher Druck p
→ Arbeit W

• \bar{E}_{pot}

→ Erhöhung
des Temperatur

(siehe Kap. Wärme-
kapazität)



(siehe Mechanik 9b) →



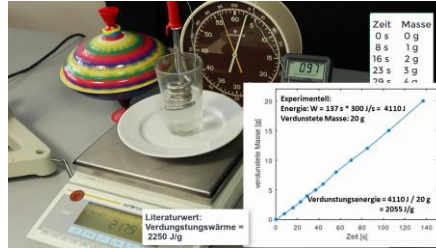
→

• elektr. Energie

→ Wärme Q
→ Verdunstung
von Wasser

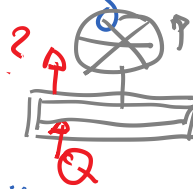
• innere Energie

(siehe Kap. Aggregatzustände)



→

• Stirling-Motor



Wärme → Arbeit

• äußere Arbeit
→ Temperatur-
änderung &
 ΔV & Δp



→



→

↳ 1. Hauptsatz der Wärmelehre:

Führt man einem System von außen die Wärmeenergie ΔQ zu, so kann sie teilweise in Arbeit $-\Delta W$ umgewandelt werden und teilweise zu einer Änderung der inneren Energie ΔU führen:

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$$
$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

oder:

Die Änderung der inneren Energie ist die Summe von zugeführter Wärme und am System verrichteter Arbeit.

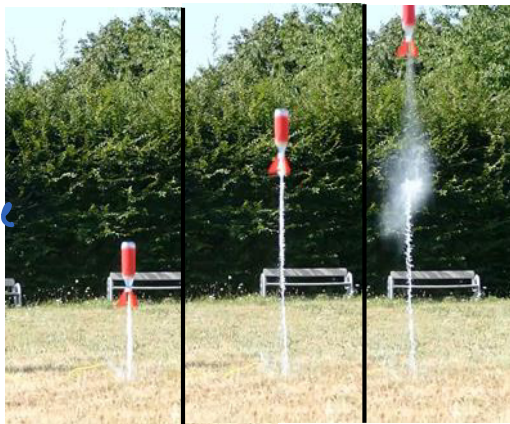
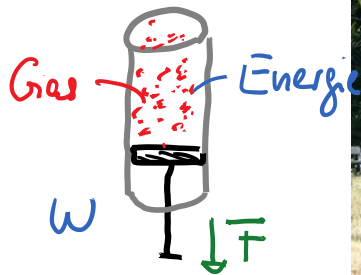
• Vorzeichen:
wenn das System Arbeit verrichtet $\rightarrow -\Delta W$



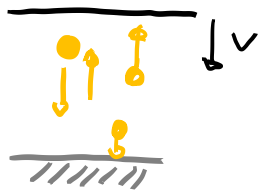
- innere Energie ΔU : gespeichert in Wärmekapazität oder in Änderung der Phase (Aggregatzustand)
- Energieerhaltung
↳ es gibt kein Perpetuum Mobile 1. Art, also eine Maschine, die Arbeit verrichtet, ohne Änderung des Systems

1. Hauptsatz angewandt:

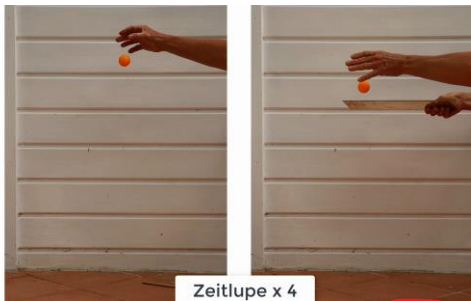
Volumenarbeit eines Gases:



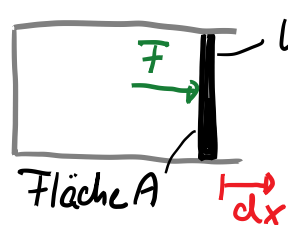
Modell: mikroskopisch



Bewegung der Platte
 → Ball stößt aners
 & öfters → p?



• Gas mit Volumen V und Druck p drückt einen Kolben mit Kraft F



→ Bewegung nach außen, Geschw. unendlich klein

↳ Arbeit wird verrichtet

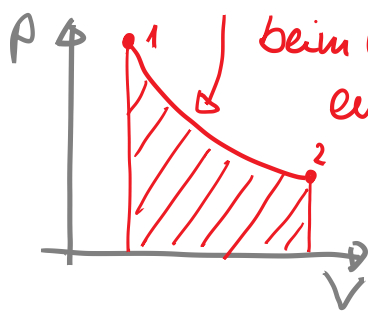
$$dW = -F dx = -p \cdot A \cdot dx = -p \cdot dV$$

also

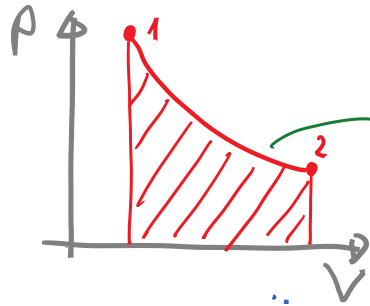
$$W = -\int F dx = -\int p \cdot dV$$

Volumenarbeit

“-“ Arbeit wird verrichtet vom System beim Übergang von ① nach ② entspricht der Fläche im pV -Diagramm

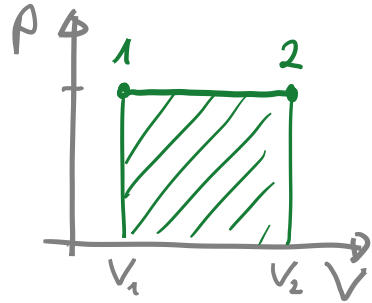


Volumenarbeit $W = -\int_1^2 p \cdot dV$



welche Funktion?

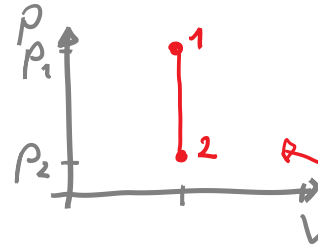
a) isobare Änderung \equiv Druck konstant



$$W = -\int_1^2 p \, dV = -p \int_1^2 dV$$

$$= -p \cdot \Delta V = -p(V_2 - V_1)$$

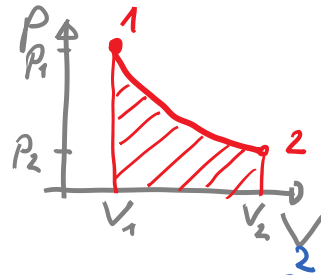
b) isochore Änderung \equiv Volumen konstant



$$W = -\int_1^2 p \, dV = 0$$

Fläche = 0

c) isotherme Änderung \equiv Temperatur konstant



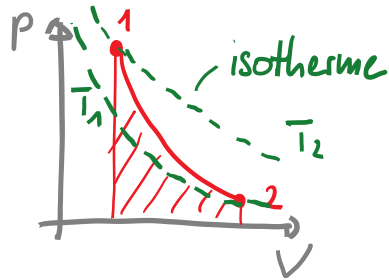
für ideales Gas:
 $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$\hookrightarrow W = -\int_1^2 p \, dV = -\int_1^2 \frac{nRT}{V} \cdot dV$$

$$= -n \cdot R \cdot T \int_1^2 \frac{dV}{V} = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

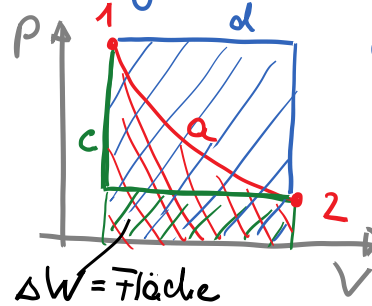
$$= +nRT \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

d) adiabatische Änderung \equiv
ohne Wärmeaustausch $\Delta Q=0$



Berechnung $p(V)$
im separaten Kapitel

e) allgemein : $p_1, V_1 \rightarrow p_2, V_2$



die Arbeit ΔW für den
Übergang von 1 \rightarrow 2
ist abhängig vom Weg

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

- \rightarrow innere Energie ist bestimmt von p, V & T
- \rightarrow die Wärmeenergie, die zugeführt oder abgeführt wird, ist also abhängig vom Weg!

Beispiel:

Gas erfährt Änderungen
von $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$

Arbeit:

$$W_{AB} = -p_2(V_2 - V_1)$$

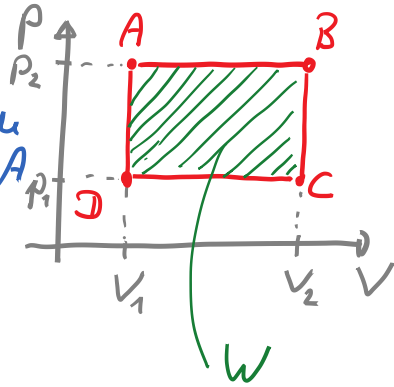
$$W_{BC} = 0$$

$$W_{CD} = -p_1(V_1 - V_2) = p_1(V_2 - V_1)$$

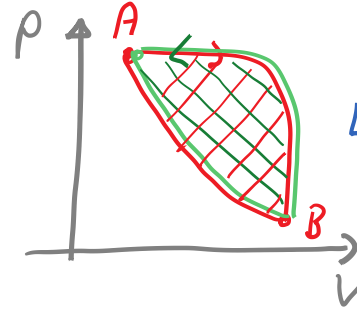
↳ gesamte Arbeit

$$W = -(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

≡ eingeschlossene Fläche



Kreisprozesse: Änderungen der
Zustände p, V & T so, dass Anfang- und
Endzustände gleich sind



• ΔW abhängig vom Weg
↳ gesamte Arbeit im Kreis-
prozess $\neq 0$
und abhängig von der
Laufrichtung $\pm W$

↳ Beispiele notwendig!

Wie groß ist W ,
das von einer
Maschine geleistet
wird?

→ nächste Kapitel



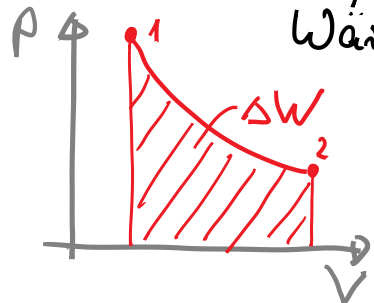
Einführung in die **Wärmelehre**

Adiabatische Prozesse, Wärmekapazität (noch einmal)

Prof. Dr. Matthias Kohl

bisher:

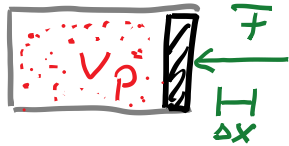
1. Hauptsatz: $\Delta Q = \Delta U - \Delta W$



↑ Wärme
 ↑ innere Energie
 ↓ Arbeit

ideales Gas: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
 $\Delta W = - \int p dV$

Beispiel: Volumenänderung durch Kolben



Kraft F schiebt das Gas
 ↳ Volumen ↓ Druck ↑

aber: Impulsübertrag von Kolben auf
 Gasteilchen \leftrightarrow Geschw. $v \uparrow \leftrightarrow T \uparrow$?
 Wo bleibt die Arbeit?

Experiment: Glaskolben mit T-Sensor



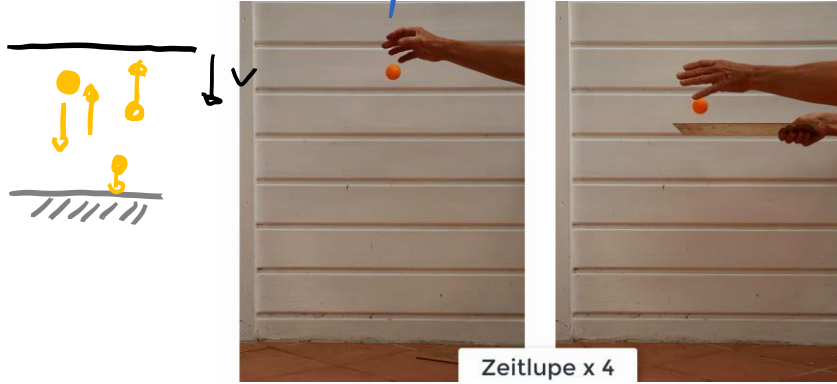
Beobachtung: $T_0 = 20^\circ\text{C}, p_0$

Drücken: $p \uparrow, V \downarrow$ $T \approx 34^\circ\text{C} \uparrow$

Ziehen: $p \downarrow, V \uparrow$ $T \approx 14^\circ\text{C} \downarrow$

→ Erklärung gesucht!

Modell: makroskopisch



Bewegung der Platte

→ Ball stößt an

& öfters → Druck p ?

→ Geschwindigkeit $\langle v^2 \rangle$, T ?

Betrachtung der Wärmekapazität c

$$c = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{dQ}{dT}$$



• ideales Gas:

je Teilchen: $c = \frac{f}{2} \cdot k_B$

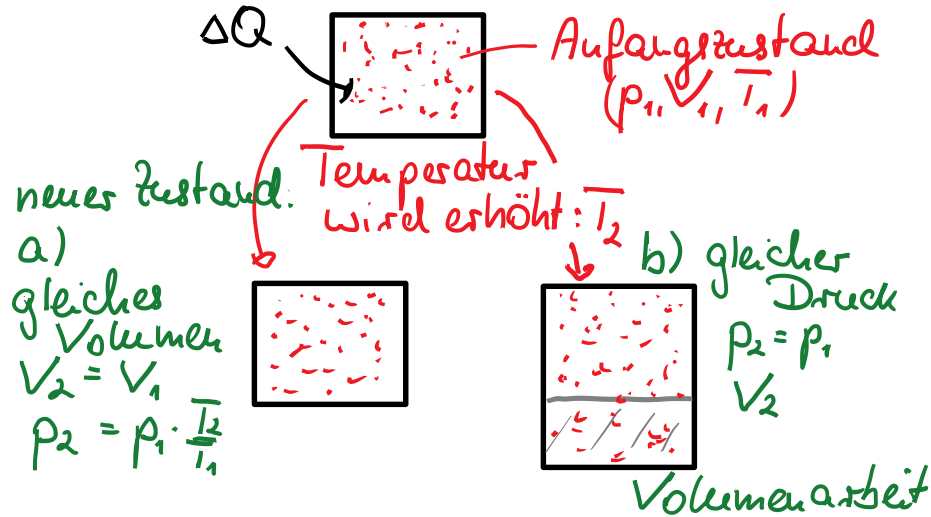
← Zahl der Freiheitsgrade

je Mol: $c = \frac{f}{2} \cdot N_A \cdot k_B = \frac{f}{2} R$

• gesamte Wärme $Q = c \cdot T = \frac{f}{2} R \cdot T$

aber: welchen Einfluss hat die Volumenarbeit $W = -p \Delta V$?

Erweiterung: Wärmekapazität eines
idealen Gases $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$



• a) und b) sind unterschiedliche Zustände, wieviel Wärme fließt?

Fall a) $V_2 = V_1$: $dW = -p \cdot dV = 0$

$$\hookrightarrow dQ_v = dU - dW = dU$$

Index v: Volumen bleibt konstant

Wärmekap. bei konstantem Volumen

$$c_v = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT}$$

Fall b) $p_2 = p_1$: Gas dehnt sich aus, $V_2 > V_1$

\hookrightarrow Arbeit $dW = -p \cdot dV \neq 0$

die zugeführte Wärme erhöht nicht nur die innere Energie, sondern leistet Arbeit

$$dQ_p = dU - dW$$

Index p: Druck konst.

Wärmekapazität bei konstantem Druck

$$c_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU - dW}{dT} \neq c_v \quad \hookrightarrow$$

$$\hookrightarrow c_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU - dW}{dT}; \quad c_v = \frac{dU}{dT}$$

$$= \frac{dU}{dT} - \frac{dW}{dT}$$

mit $c_v = \frac{dU}{dT}$

und Volumenarbeit $dW = -pdV$

mit $pV = nRT$;

bei konstantem Druck: $pdV = nRdT$

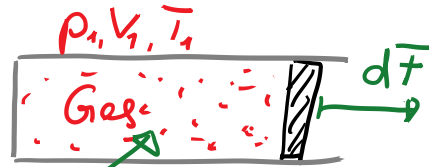
$$\hookrightarrow c_p = c_v - \frac{dW}{dT}$$

$$= c_v + \frac{pdV}{dT}$$

$$c_p = c_v + \underbrace{n \cdot R}$$

Wärmekap. bei konst. Druck
ist um $n \cdot R$ größer als bei
konstantem Volumen

Betrachtung: Expansion / Volumenarbeit



ΔQ Wärmeaustausch
oder thermisch isoliert?

\hookrightarrow adiabatischer Prozess: $\Delta Q = 0$
gesucht: ΔT bei Expansion,
Kompression

Adiabatische Zustandsänderung
≡ keine Wärmeenergie wird ausgetauscht

$$dQ=0 = dU - dW$$

↳ $dU = dW$, also wird die
Volumenarbeit durch innere Energie auf-
gebracht

$$0 = \underbrace{c_v dT}_{\text{bei } dV=0} + p \underbrace{dV}_{\text{bei } dT=0}$$

mit $pV = nRT$

$$0 = c_v dT + n \frac{RT}{V} dV$$

$$\hookrightarrow \frac{dT}{T} + nR \cdot \frac{1}{c_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0 \quad (*)$$

$$\text{mit } c_p = c_v + nR \rightarrow c_p - c_v = nR$$

$$\rightarrow \frac{nR}{c_v} = \frac{c_p - c_v}{c_v} = \frac{c_p}{c_v} - 1 = \gamma - 1$$

mit dem Adiabatenkoeffizienten $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

$$(*) \rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}$$

$$\ln(T \cdot V^{\gamma-1}) = \text{const}$$

$$\boxed{T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const.}} \quad (1)$$

mit $T = \frac{p \cdot V}{nR}$ wird $\frac{1}{nR} p \cdot V^{\gamma} = \text{const}$

$$\boxed{p V^{\gamma} = \text{const.}} \quad (2)$$

mit $V = nRT \cdot \frac{1}{p}$

$$p \left(nRT \frac{1}{p} \right)^{\gamma} = \text{const}$$

$$p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma} = \text{const}$$

$$\boxed{p \cdot T^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}} \quad (3)$$

Adiabaten-
gleichungen

Größe des Adiabatenkoef. γ :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + nR}{c_v}$$

n - Anzahl der Mole
 $R = N_A \cdot k_B$

c_v für ein ideales Gas:

$$c_v = \frac{f}{2} R \quad \text{für ein Mol}$$

$$c_v = \frac{f}{2} \cdot nR \quad \text{für } n \text{ Mol}$$

Unterscheidung:

Atom: $f = 3$ (3 Translations- \overline{FHG})

$$\hookrightarrow \gamma_{\text{Atom}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot nR + nR}{\frac{3}{2} nR} = \frac{5}{3} \quad (*)$$

Molekül, linear: $f = 5$ (3 Transl., 2 Rotations- \overline{FHG})

$$\hookrightarrow \gamma_{\text{MLinear}} = \frac{\frac{5}{2} \cdot nR + nR}{\frac{5}{2} nR} = \frac{7}{5} \quad (*)$$

Molekül - nicht-linear: $f = 6$ (3 Transl., 3 Rot.- \overline{FHG})

$$\hookrightarrow \gamma_{\text{MnLinear}} = \frac{\frac{6}{2} nR + nR}{\frac{6}{2} nR} = \frac{4}{3} \quad (*)$$

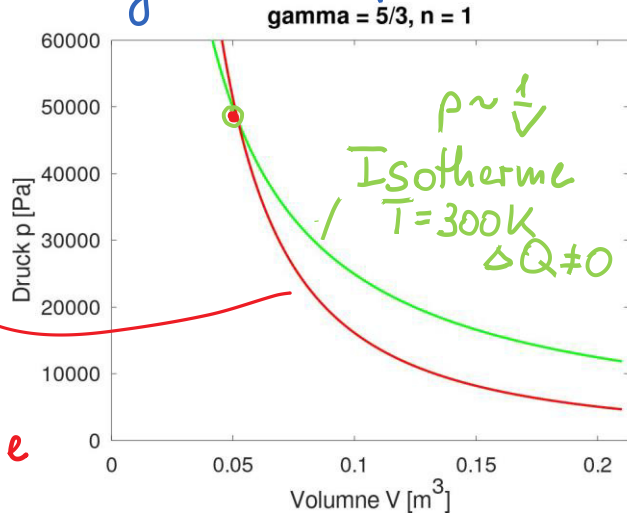
↳ Zusammenfassung:

Adiabaten-
gleichungen

$$\left. \begin{cases} T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const} \\ p \cdot V^{\gamma} = \text{const} \\ p \cdot T^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \text{const} \end{cases} \right\} \text{wenn } \Delta Q = 0$$

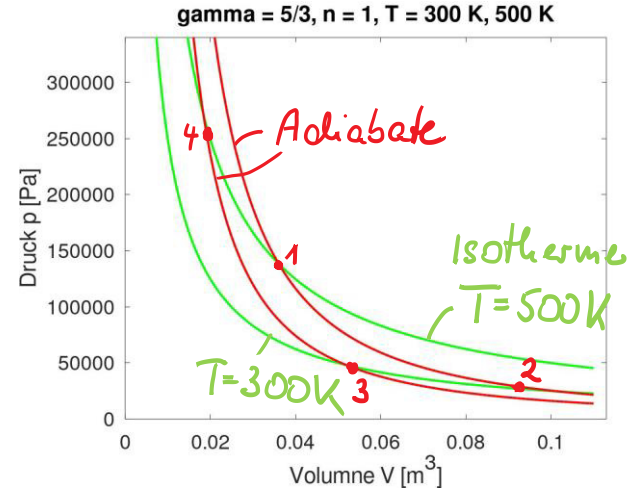
mit $\gamma = \frac{5}{3}$ (Atom), $\gamma = \frac{7}{5}$ (lin. Mol.), $\gamma = \frac{4}{3}$ (n.-lin. M.)

Zusammenhang zwischen p, V, T



Adiabate
 $\Delta Q = 0$
steiler als
Isotherme

Beispiel: Carnot-Prozess
Kreisprozess 1 → 2 → 3 → 4
mit zwei Isothermen (300K, 500K)
und zwei Adiabaten



↳ Arbeit & Wirkungsgrad,
Wärme-Kraft-Maschine
→ eigenes Kapitel

Beispiel: über der Erde steigende Luft

- Gas dehnt sich aus, da der Druck oben kleiner ist

$$V_2 = 2V_1$$



- geringer Wärmeaustausch

↳ Näherung: Adiabatischer Prozess und nicht isotherm

Abschätzung: Luftvolumen steigt auf das Doppelte: $V_1 \rightarrow V_2 = 2 \cdot V_1$

gesucht: Druck p_2 & Temp. T_2 ,

wenn $p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $T_1 = 293 \text{ K} = 20^\circ \text{ C}$

→ Adiabaten Gleichungen

mit $\gamma = \frac{7}{5}$, da O_2 & N_2 lineare Mol.

- $V_2 = 2 \cdot V_1$ Volumen verdoppelt sich
 - Druck p_2 fällt nicht auf die Hälfte!
- $$p_2 V_2^\gamma = \text{const} = p_1 \cdot V_1^\gamma$$

↳ $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = p_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{7/5} \approx 0,38 p_1$
entspricht \approx Druck auf Mount Everest

- Temperatur T_2 :

$$T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} = \text{const} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{2/5} = 0,75 T_1$$

für $T_1 = 20^\circ \text{ C} = 293 \text{ K}$:

T in K

$$\rightarrow T_2 = 0,75 \cdot 293 \text{ K} = 219 \text{ K} = -53^\circ \text{ C} \quad !$$

(reales Wetter: Sonnenstrahlung ΔQ , Wärmestrahlung der Erde, Winde etc.)

Beispiel: Dieselmotor ohne Zündkerze

Prinzip: Luft-Diesel-Gemisch wird schnell komprimiert \rightarrow hohe Temp.

Abschätzung: adiabatische Kompression von Luft auf $1/10$ des Volumens

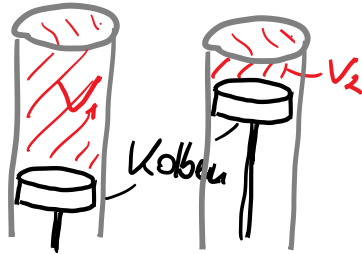
$$T_1 = 20^\circ\text{C} = 293\text{K}, \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$= T_1 \cdot 10^{2/5}$$

$$= 293\text{K} \cdot 2,51 = 735\text{K} = 462^\circ\text{C}$$

Zündtemperatur Diesel: ca. 220°C



\rightarrow Malaiisches Feuerzeug, Feuerpumpe:

Kompression von Luft \rightarrow Feuer



<https://www.youtube.com/watch?v=-39wmSBO2FM>

Beispiel: Luftpumpe wird durch wiederholtes Komprimieren warm

Einführung in die **Wärmelehre**

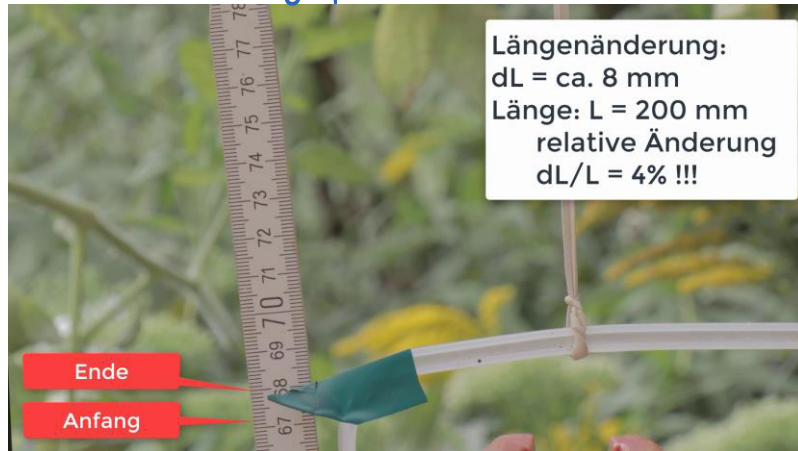
Wärmeausdehnung? Gummi ist anders!



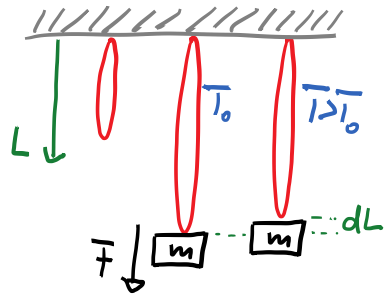
Prof. Dr. Matthias Kohl

Einführung in die Wärmelehre: Wärmeausdehnung oder Kontraktion von Gummi

Experiment: Längenänderung eines gespannten Gummis



Warum?



Beobachtung:
Kontraktion des Gummis
mit steigendem T
 $\frac{dL}{L}$ ist groß und
negativ!

Wärmeausdehnung:

- Gas:
Luft

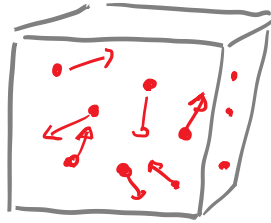


Stöße der Teilchen mit den Wänden

→ kinetische Gastheorie

→ allgem. Gasgleichung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

wenn p konstant ist: $\frac{\Delta V}{V} \sim \frac{\Delta T}{T}$



- Flüssigkeit:
Wasser



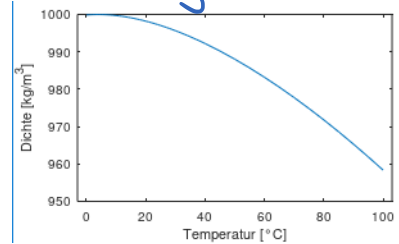
$$V(T) = V_0(1 + \gamma \cdot T)$$

Anschleungs-
koef.

$$\gamma_{\text{Wasser}} = 0,00021 \frac{1}{K} \quad (20^\circ C)$$

Anomalie:
 ρ_w ist bei $T = 4^\circ C$
maximal, also
 V_w minimal

Dichte ρ von Wasser



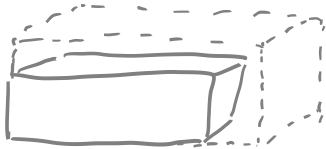
• Festkörper:



$$L = L_0(1 + \alpha \cdot T)$$

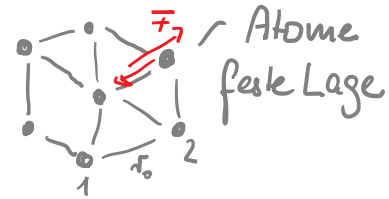
Längen ausdehnungs-
koef. α

Eisen: $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{K}$

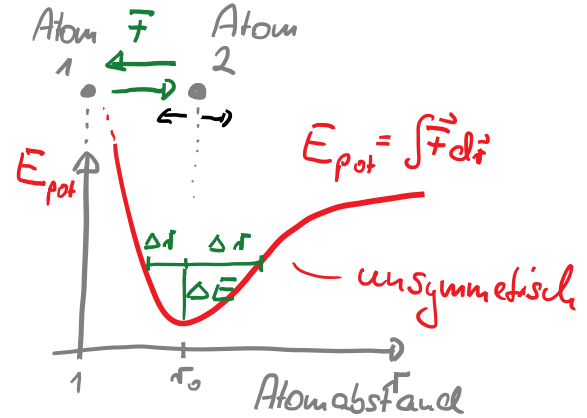
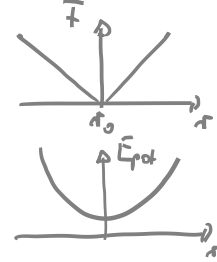


Ausdehnung in
 x, y, z -Richtung

Festkörper



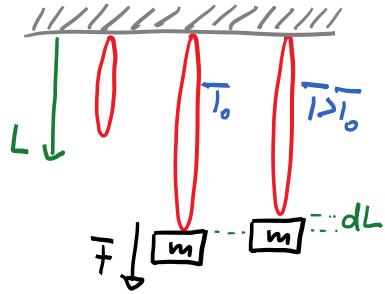
Hook'sches Gesetz



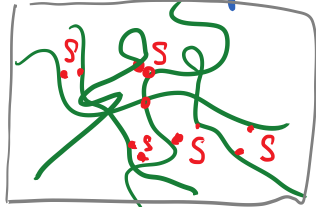
Temperatur $T \rightarrow$ Bewegung der Atome, ΔE
 \rightarrow Abstand variiert statistisch

\hookrightarrow da E_{pot} unsymmetrisch: ΔE führt im zeitlichen Mittel zu einer Vergrößerung des Abstands

• Gummi:



Gummi ist ein Polymer: lang Kettchen,
die durch Schwefelbrücken verbunden sind



• ohne äußere Kraft: Wärmeausdehnung
in alle Richtungen